IMAGE PROCESSING

Sonia Tangaro
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare
Sonia.Tangaro@ba.infn.it

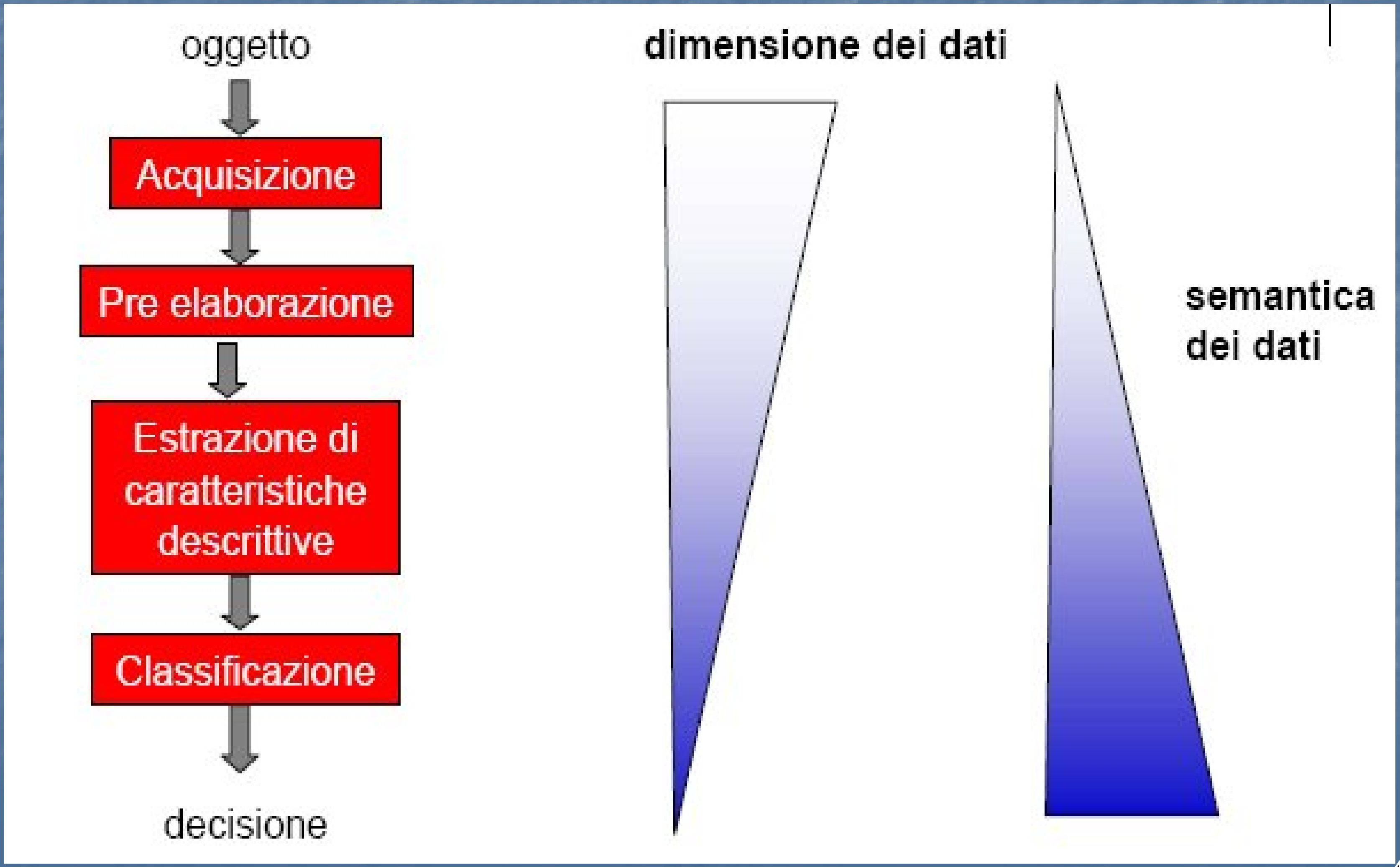
Programma del Corso

1. Introduction
2. Componenti di un Sistema di Image Processing
3. Digital Image Fundamentals
   1. Basic Concepts
   2. Spatial and Gray-Level Resolution
   3. Some basic Relationships between Pixels
4. Image Enhancement in the Spatial Domain
   1. Basic Gray Level Transformations
   2. Histogram Processing
   3. Filtering
5. Image Enhancement in the Frequency Domain
6. Segmentation
7. Pattern recognition
8. Classification Systems
   1. Regressione Logistica
   2. Reti Neurali Artificiali
9. Valutazione della qualità dei Modelli

Libri di testo Consigliati

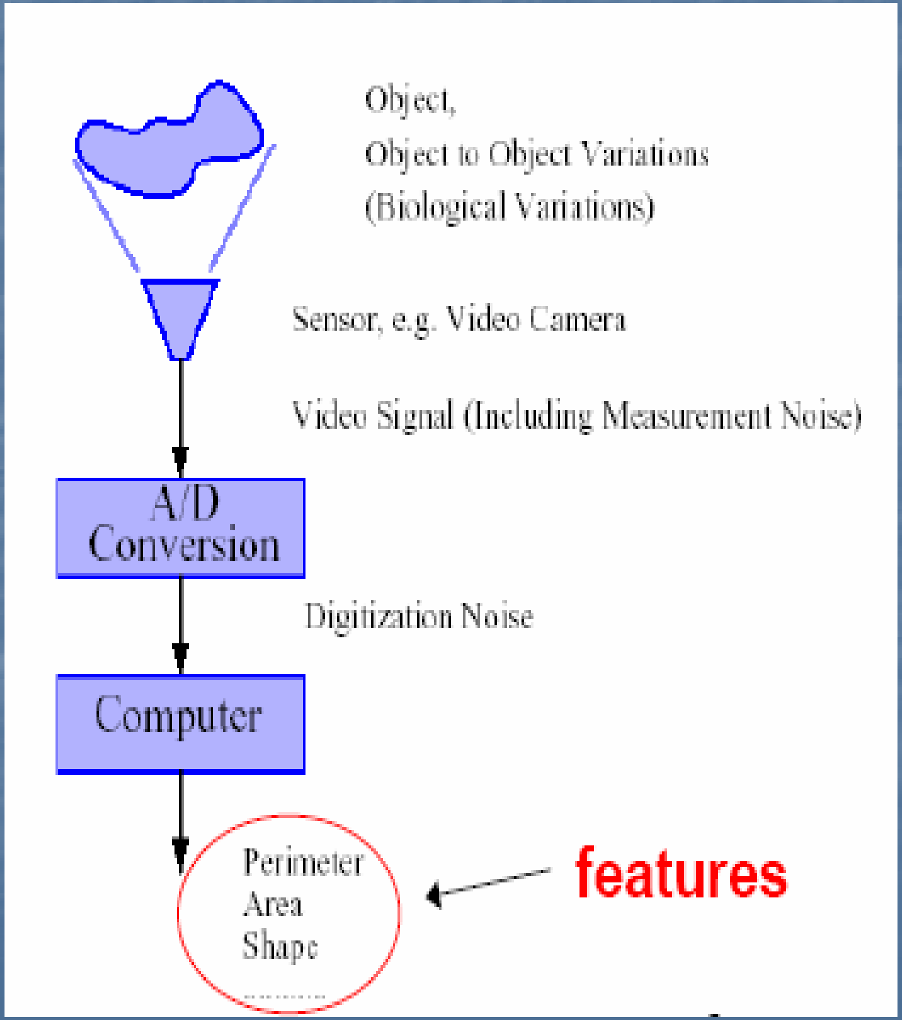
- Giudici - Data Mining - Mc Graw Hill
- Bishop - Statistical Pattern Recognition - YYY
- Gonzales & Woods - Digital Image Processing - Prenctice Hall

Un processo complesso



Descrizione

- In ingresso al sistema di riconoscimento è presentata una **descrizione**, cioè un insieme di misure (**features**) che **caratterizza** l'oggetto da riconoscere.
- L'insieme di misure è scelto sulla base delle esigenze specifiche



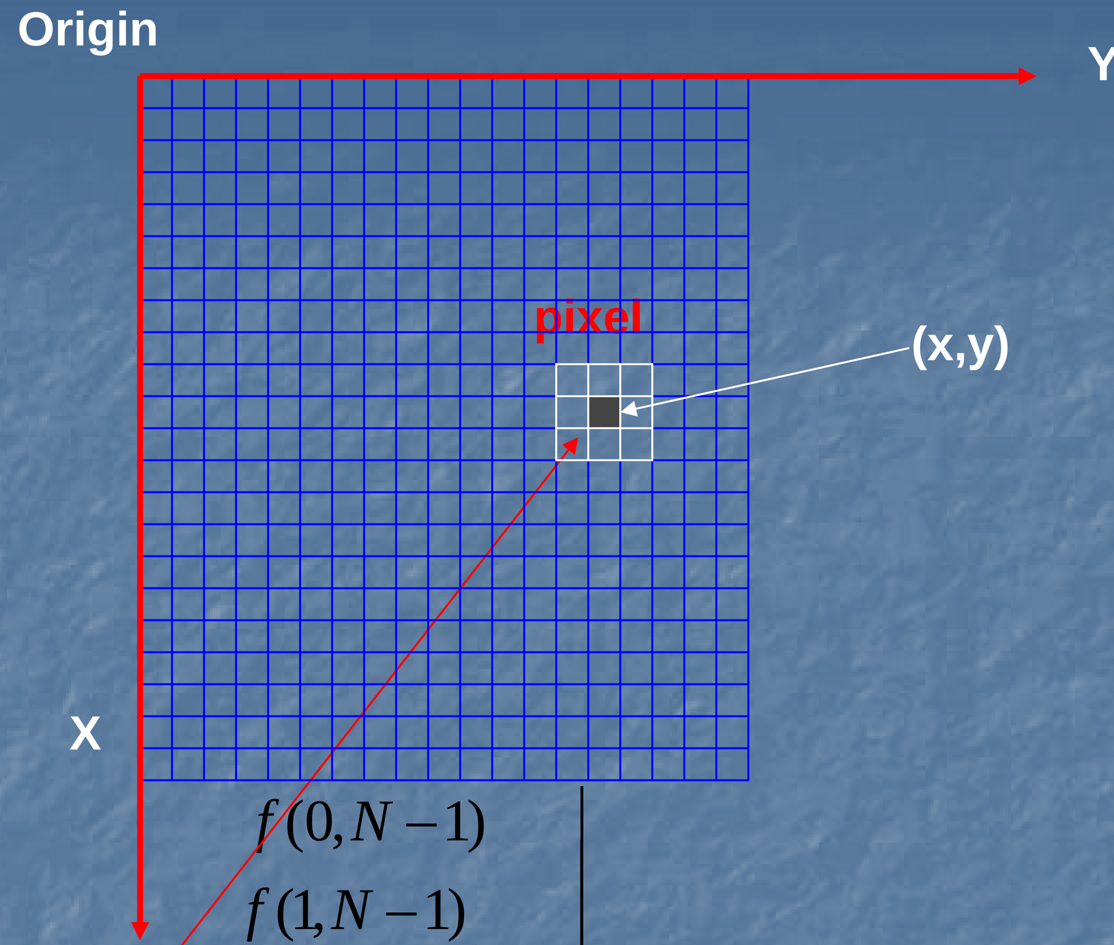
Representing Digital Image

The results of **sampling** and **quantization** is a **matrix of real number**.

image

$$f(x,y)=\begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1)\ldots & f(0,N-1) \\ f(1,0) & f(1,1)\ldots & f(1,N-1) \\ . & & \\ . & & \\ . & & \\ f(M-1,0) & f(M-1,1)\ldots & f(M-1,N-1) \end{bmatrix}$$

pixel



$$f(x,y)=\begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1)\ldots & f(0,N-1)\\ f(1,0) & f(1,1)\ldots & f(1,N-1)\\ . & & \\ . & & \\ . & & \\ f(M-1,0) & f(M-1,1)\ldots & f(M-1,N-1) \end{bmatrix}$$

Spatial and Gray-Level Resolution

Sampling is the principal factor determining the spatial resolution of an image.Basically,spatial resolution is the smallest discernible detail in an image.Suppose that we construct a chart with vertical lines of width W,with the space between the lines also having width W.A line pair consists of one such line and its adjacent space. Thus,the width of a line pair is 2W, and there are 1/2W line pairs per unit distance. A widely used definition of resolution is simply the smallest number of discernible line pairs per unit distance; for example,100 line pairs per millimeter.

Gray-level resolution similarly refers to the smallest discernible change in gray level (measuring discernible changes in gray level is a highly subjective process). Due to hardware considerations,the number of gray levels is usually an integer power of 2. The most common number is 8 bits, with 16 bits being used in some applications where enhancement of specific gray-level ranges is necessary. Sometimes we find systems that can digitize the gray levels of an image with 10 or 12 bits of accuracy,but these are the exception rather than the rule.

Neighbors of a Pixel

pixel p at coordinates (x,y)

horizontal and vertical 4-neighbors of p = N_4(p) =
(x+1,y) , (x-1,y) , (x,y+1) , (x,y-1)

diagonal 4-neighbors of p = N_D(p) =
(x+1,y+1) , (x+1,y-1) , (x-1,y+1) , (x+1,y+1)

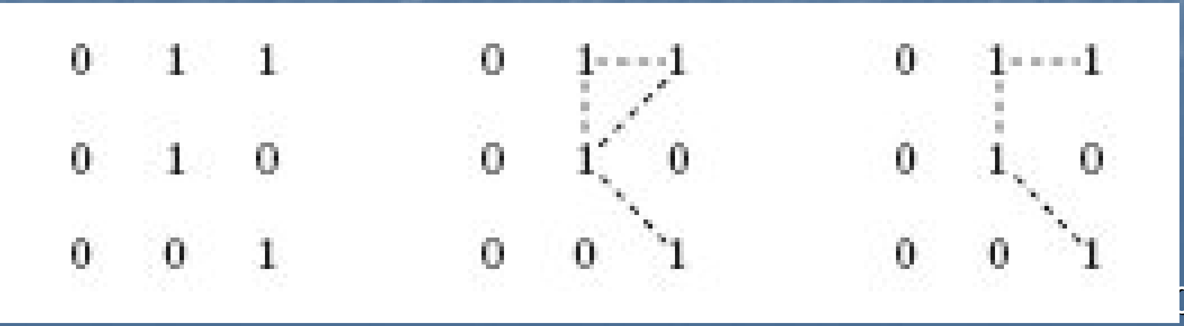
N_4(p) + N_D(p) = N_8(p) = 8-neighbors

Adjacency

1. Connectivity = two pixels are connected if they are neighbors and if their gray levels satisfy a specified criterion of similarity (say,if their gray levels are equal)
2. Adjacency.
   Let V be the set of gray-level values used to define adjacency.We consider three types of adjacency:
   a. 4-adjacency: Two pixels pand qwith values from Vare 4-adjacent if q is in the set $N_4(p)$.
   b. 8-adjacency: Two pixels pand qwith values from Vare 8-adjacent if q is in the set N(p).
   c. m-adjacency (mixed adjacency): Two pixels pand qwith values from V are m-adjacent if
      (i) q is in in $N_4(p)$,or
      (ii) q is in $N_D(p)$andthe set has no pixels whose values are from V

      Mixed adjacency is a modification of 8-adjacency.It is introduced to eliminate the ambiguities that often arise when 8-adjacency is used.

      For example



Connectivity, Regions, and Boundaries

- A (digital) path(or curve) from pixel p (x, y) to pixel q (s,t) is a sequence of distinct pixels with coordinates

  $$(x0 , y0), (x1 , y1), \ldots , (xn , yn)$$

  where (x0 , y0) =(x, y), (xi-1 , yi-1), (xi , yi) (xn , yn) =(s, t), and pixels and are adjacent for 1< i < n. In this case, n is the length of the path. If (x0 , y0) =(xn , yn), the path is a closed path

- Let S represent a subset of pixels in an image.Two pixels p and q are said to be connected in S if there exists a path between them consisting entirely of pixels in S. For any pixel p in S, the set of pixels that are connected to it in S is called a connected component of S. If it only has one connected

  component, then set S is called a connected set.
- Let R be a subset of pixels in an image. We call R a region of the image if R is a connected set.
- The boundary (also called border or contour) of a region R is the set of pixels in the region that have one or more neighbors that are not in R.

Image Enhancement in the Spatial Domain

Enhancement is to process an image so that the result is more suitable than the original image for a *specific* application

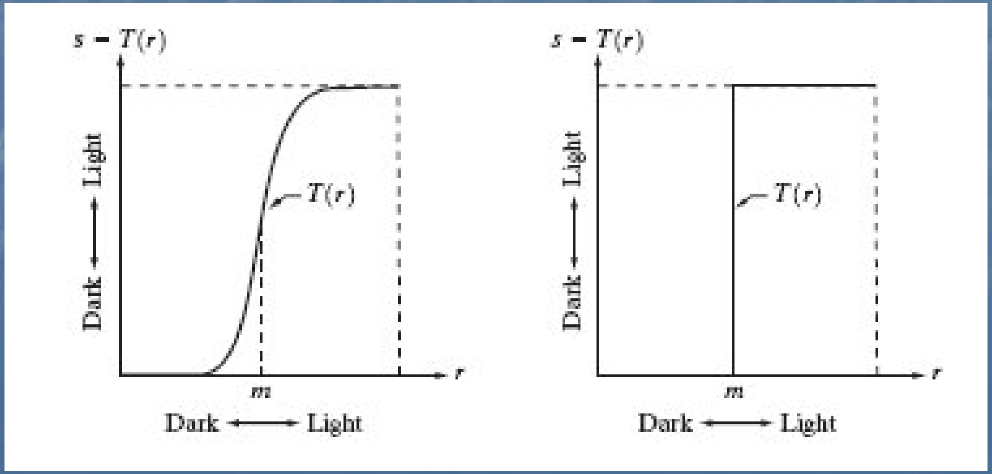
- Spatial domain = direct manipulation of pixels in an image

- Frequency domain = modifying the Fourier transorm of an image

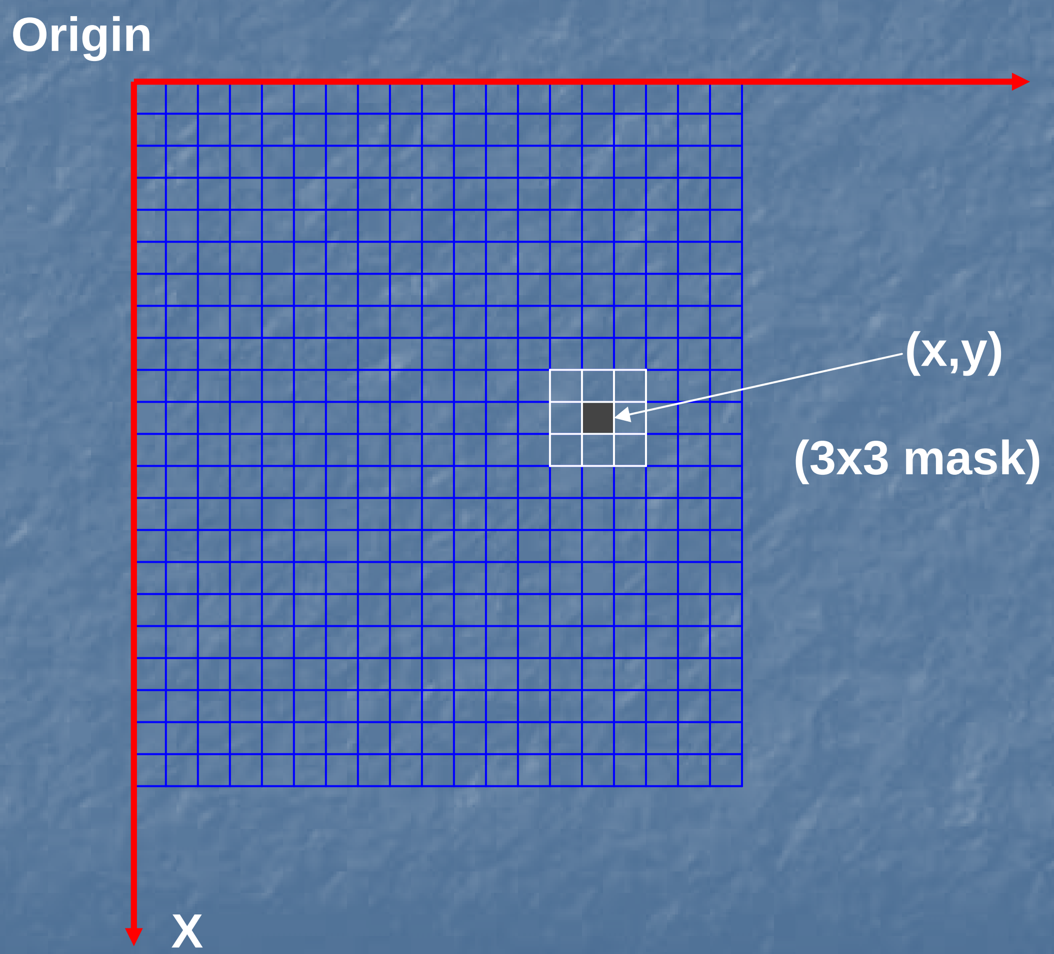
Enhancement techniques based on Point Processing

$$g(x,y)=T[f(x,y)]$$
$$s=T(\ r\ )$$

Contrast stretching:
the values of r below m are compressed by the transformation function into a narrow range of s,toward black;
the opposite effect takes place for values of rabove m.
In the limiting case shown in Fig.(b), T(r)produces a two-level (binary) image.
A mapping of this form is called a thresholding function.



Enhancement techniques based on mask processing or filtering



One of the principal approaches in this formulation is based on the use of so-called masks (also referred to as filters, kernels, templates, or windows). Basically, a mask is a small (say, 3*3) 2-D array,such as the one shown in Fig., in which the values of the mask coefficients determine the nature of the process, such as image sharpening.

Gray Level Transformations

1. **Image Negatives :** $s = L-1-r$
2. **Log Transformations :** $s = c \log(1+r)$
3. **Power-Law Transformations :** $s = c\, r^{\gamma}$

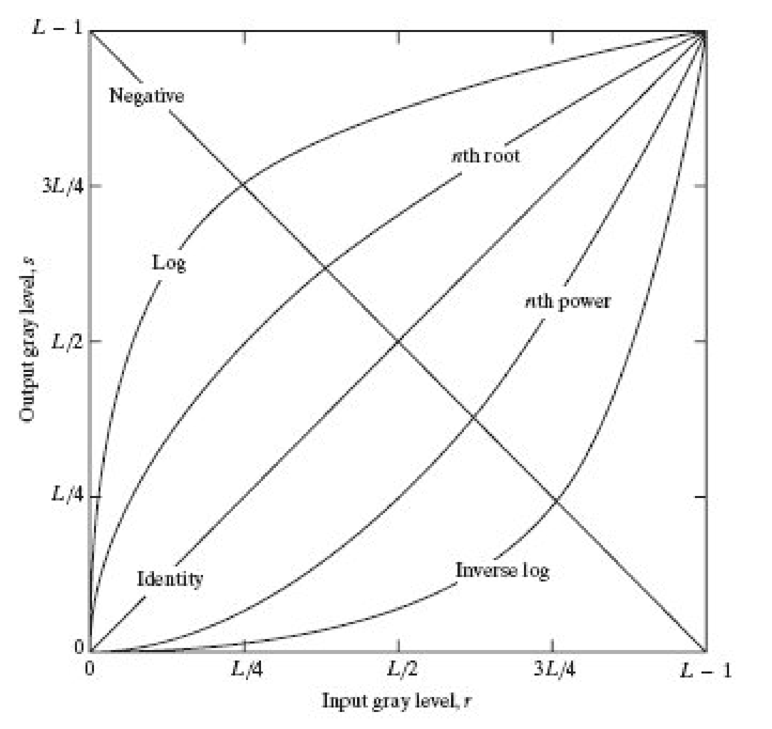
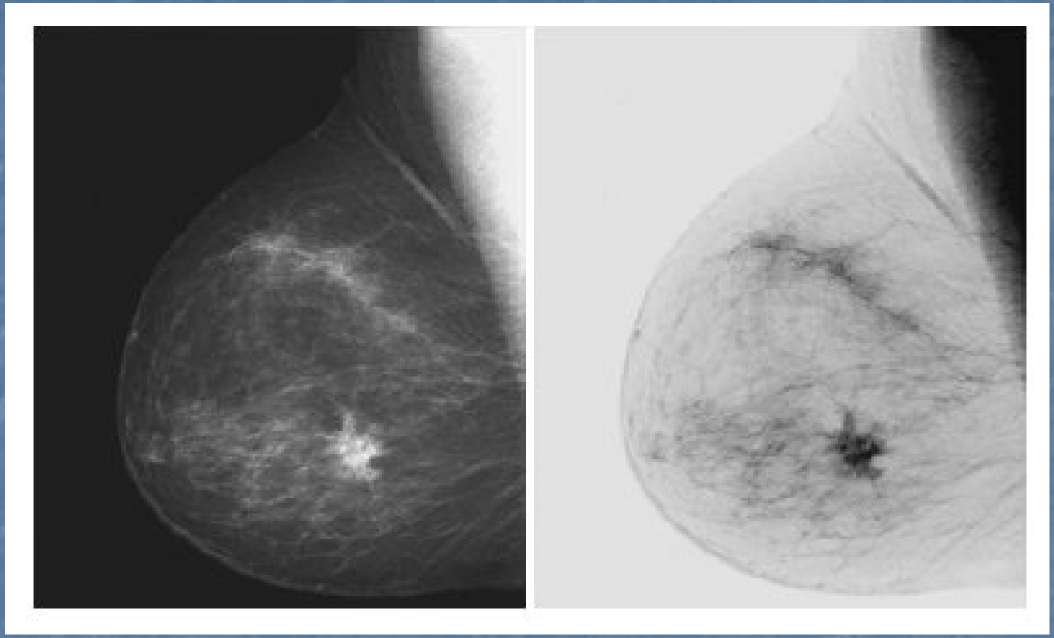
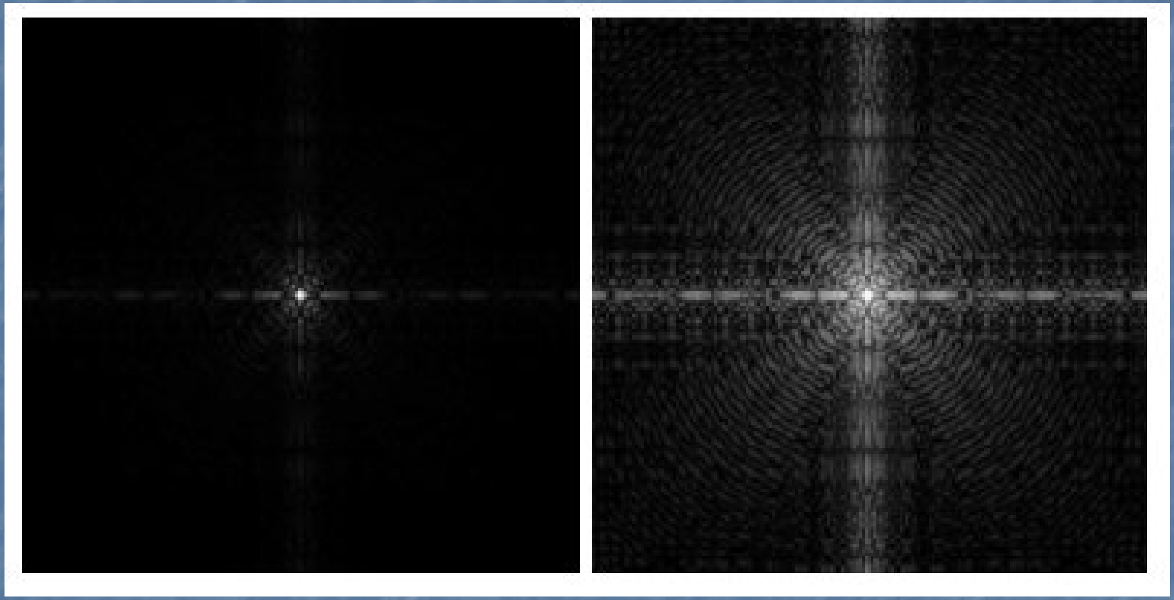


Image Negatives : s =L-1-r



- This type of processing is particularly suited for enhancing white or gray detail embedded in dark regions of an image,es- pecially when the black areas are dominant in size.An example is shown in Fig..The original image is a digital mammogram showing a small lesion.In spite of the fact that the visual content is the same in both images, note how much easier it is to analyze the breast tissue in the negative image in this particular case.

Log Transformations : $s = c \log(1+r)$



(a)Fourier spectrum.

(b)Result of applying the log transformation given in Eq. with c=1.

Power-Law Transformations : $s = c\,r^{\gamma}$

- (a)Magnetic resonance (MR) image of a fractured human spine.
- (b)□(d)Results of applying the transformation in Eq. with c=1and γ=0.6,0.4,and 0.3,respectively.

Elaborazioni locali spaziali

- Esaltazione dei contrasti e espansione
- Istogramma
- Media Aritmetica

Esaltazione dei contrasti e espansione

Definita una determinata legge di quantizzazione (in genere connessa al sistema pratico di campionamento spaziale, quantizzazione e codifica binaria a disposizione), la particolare immagine in esame risulta per lo più avere un livello minimo di grigio maggiore del minimo assoluto (ad esempio livello 0 = nero) ed un livello massimo minore del massimo assoluto (ad esempio livello 255 = bianco)

Esaltazione dei contrasti e espansione

Può essere allora conveniente, in particolare per esaltare i contrasti dell'immagine (e avere quindi immagini più nitide), *espandere* la scala dei livelli di grigio con il procedimento di seguito illustrato

Esaltazione dei contrasti e espansione

Ammettiamo di avere un'immagine campionata con valore minimo di livello di grigio pari a 60 e livello massimo pari a 145 (essendo il massimo assoluto o fondo scala uguale a 255, corrispondente a una quantizzazione con parole di 8 bit)

Esaltazione dei contrasti e espansione

L'espansione di scala avviene con due passi:

- sottrazione da tutti i livelli di grigio del valore 60
- moltiplicazione per 3 dei livelli ottenuti

Esaltazione dei contrasti e espansione

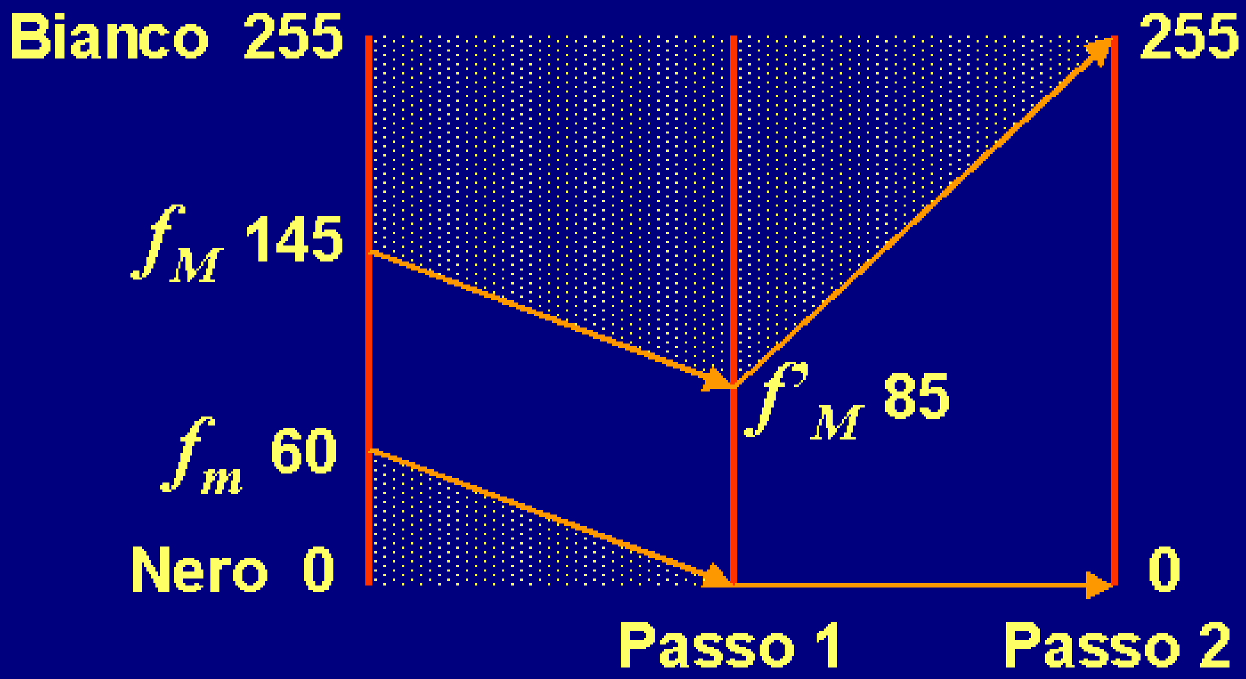
La prima operazione porta il livello minimo a 0 ed il massimo a 85 (f'_M);
la seconda operazione espande la dinamica dei livelli da 0-85 a 0-255, utilizzando tutti i livelli a disposizione (ovvero tutti i bit a disposizione)

Esaltazione dei contrasti e espansione

E' evidente che l'immagine ottenuta mostrerà un *contrasto* (variazione dei livelli) maggiore di quella originale. Il procedimento si applica per qualunque situazione di partenza (sottratto il minimo, basterà moltiplicare per il numero pari a $255/f'_M$)

Esaltazione dei contrasti e espansione

Esempio di principio di espansione della scala dei livelli di grigio



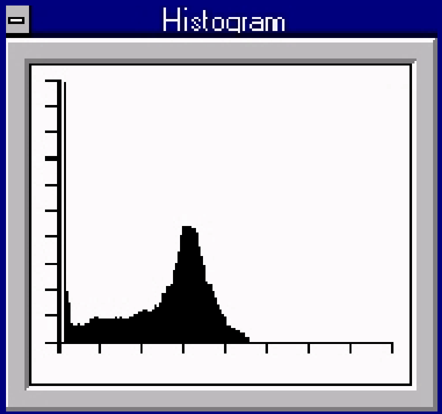
Esaltazione dei contrasti e espansione

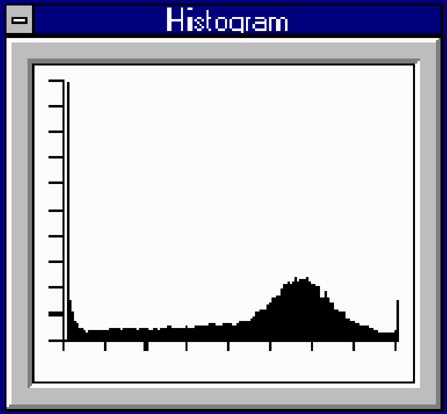
Esempio reale di espansione della scala dei livelli di grigio

Giotto, *'Maestà' di Ognissanti,* Firenze, Galleria degli Uffizi, particolare

Esaltazione dei contrasti e espansione

Esempio reale di espansione della scala dei livelli di grigio





Confronto fra gli istogrammi

Giotto, *'Maestà' di Ognissanti*, Firenze, Galleria degli Uffizi, particolare

Esaltazione dei contrasti e espansione

Il procedimento di espansione di scala può essere applicato anche a immagini a colori; considerando le tre sottoimmagini nel rosso, verde e blu, dopo aver sottratto dai loro livelli i rispettivi valori minimi, basterà moltiplicare tutti i livelli per il numero $255/f'_{Mi}$, essendo f'_{Mi} il valore massimo risultante dopo la sottrazione per ciascuno dei colori i (rosso, verde, blu)

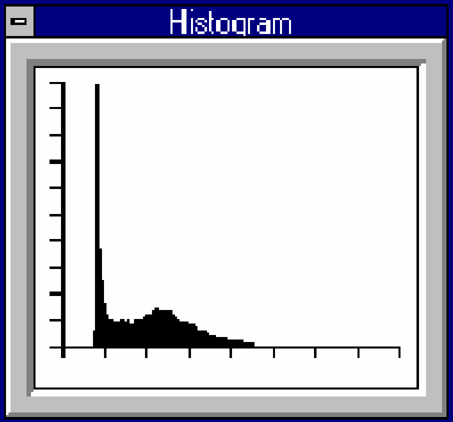
Esaltazione dei contrasti e espansione

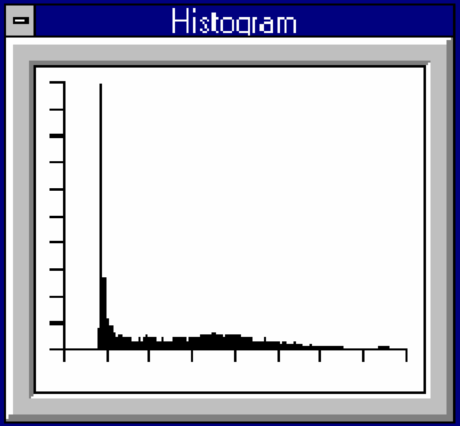
Esempio reale di espansione della scala su immagine a colori

Sandro Filipepi, detto il Botticelli, *La nascita di Venere,* Firenze, Galleria degli Uffizi, particolare

Esaltazione dei contrasti e espansione

Esempio reale di espansione della scala su immagine a colori





Confronto fra gli istogrammi

Sandro Filipepi, detto il Botticelli, *La nascita di Venere*, Firenze, Galleria degli Uffizi, particolare

Esaltazione dei contrasti e espansione

Può essere utile, in alcune fasi di elaborazione delle immagini o per alcune applicazioni, espandere l'immagine in esame di dimensioni (effetto *zoom*), in particolare per vedere a scala spaziale maggiore un determinato particolare dell'immagine

Esaltazione dei contrasti e espansione

Tale espansione è facilmente ottenuta, ripetendo uno stesso dato campionato dell'immagine (pixel) in forma quadrata *2x2* o *3x3*

Esaltazione dei contrasti e espansione

Tale procedimento di espansione (in particolare con la matrice *2x2)* può anche essere applicato più volte e consecutivamente, per ottenere un effetto di espansione maggiore

Esaltazione dei contrasti e espansione

Semplice esempio di espansione dell'immagine (2x2)

45	83
82	80

45	45	83	83
45	45	83	83
82	82	80	80
82	82	80	80

Esaltazione dei contrasti e espansione

Semplice esempio di espansione dell'immagine (3x3)

45	83
82	80

45	45	45	83	83	83
45	45	45	83	83	83
45	45	45	83	83	83
82	82	82	80	80	80
82	82	82	80	80	80
82	82	82	80	80	80

Esaltazione dei contrasti e espansione

Esempio di espansione (2x2) dell'immagine della Torre del Mangia, Siena

Esaltazione dei contrasti e espansione

Esempio di espansione (3x3) dell'immagine della Torre del Mangia, Siena

Elaborazioni locali spaziali

- Esaltazione dei contrasti e espansione
- Istogramma
- Media Aritmetica

Istogramma

La determinazione della *distribuzione* o *istogramma* dei livelli di grigio rappresenta di per sè un'elaborazione estremamente utile per conoscere la *struttura* in ampiezza dell'immagine ed è di fondamentale importanza per molte altre elaborazioni più o meno connesse, nel seguito illustrate

Istogramma

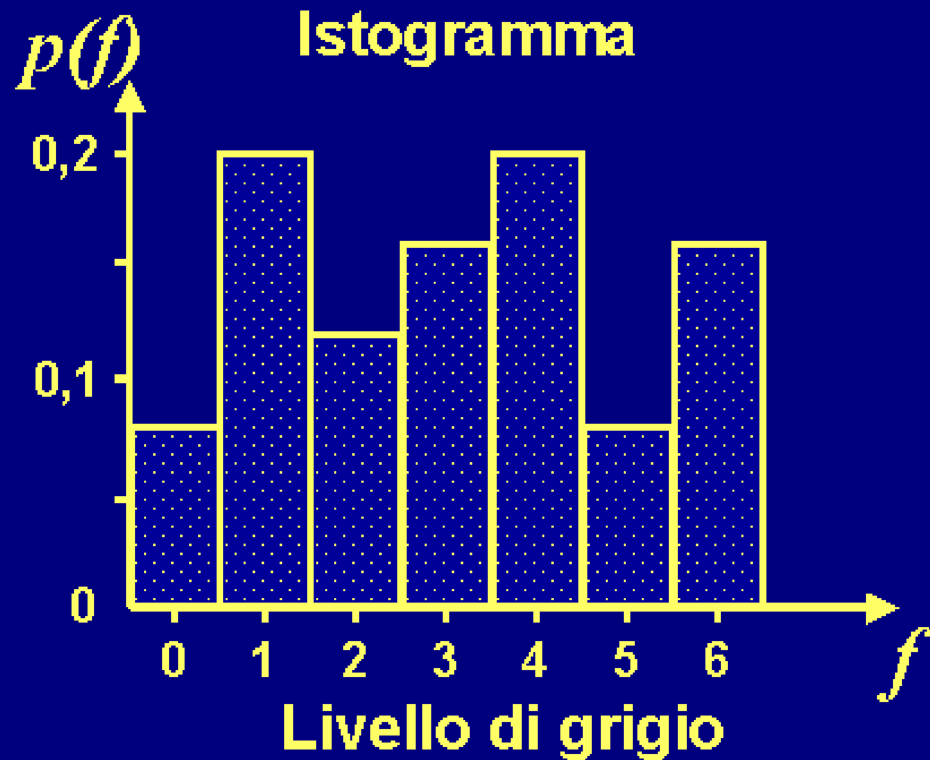
Avendo l'immagine in forma campionata, si ottiene la distribuzione o istogramma in pratica attraverso la valutazione delle *frequenze statistiche*, contando il numero di volte che un determinato livello di grigio si presenta nell'immagine in esame e dividendo tale numero per il numero totale dei dati o pixel dell'immagine stessa

Istogramma

Immagine

2	3	4	4	6
1	2	4	5	6
1	1	5	6	6
0	1	3	3	4
0	1	2	3	4

Livello di grigio f



Esempio di istogramma applicato ad una semplice immagine

Istogramma

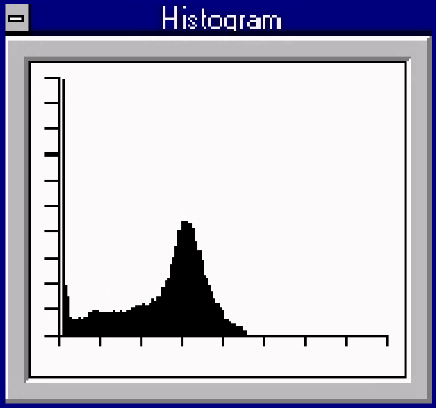
L'istogramma è di grande utilità. Anzitutto fornisce una valutazione globale della distribuzione in ampiezza dell'immagine, mostrando quali livelli sono più o meno frequenti e i valori estremi (massimo - minimo). Tale conoscenza è, ad esempio, immediatamente utile per l'operazione di espansione di scala prima descritta

Istogramma

Poiché i diversi oggetti dell'immagine hanno in genere livelli diversi, l'istogramma fornisce un primo modo relativamente semplice di *classificazione* degli oggetti, che vengono appunto individuati dai diversi livelli su cui i pixel degli oggetti si addensano

Istogramma

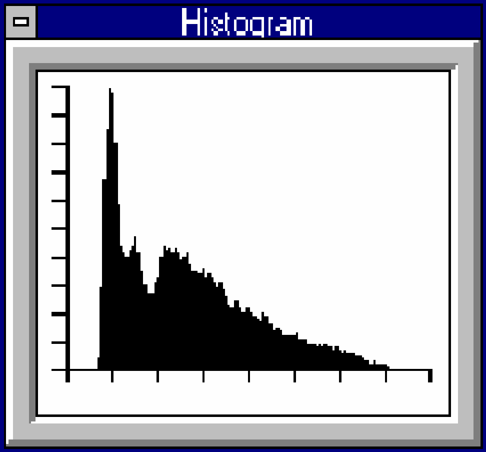
Esempio 1: In questo caso l'istogramma mostra che è possibile applicare una espansione dei livelli di grigio



Giotto, *'Maestà' di Ognissanti,* Firenze,
Galleria degli Uffizi, particolare

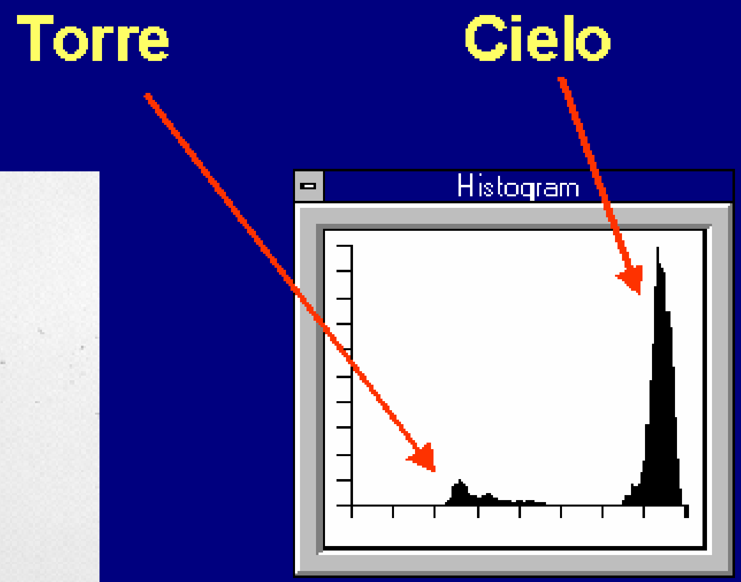
Istogramma

Esempio 2: In questo caso l'istogramma mostra che è possibile applicare una espansione dei livelli di grigio



Istogramma

Esempio 3: In questo caso l'istogramma mette in evidenza le zone dell'immagine



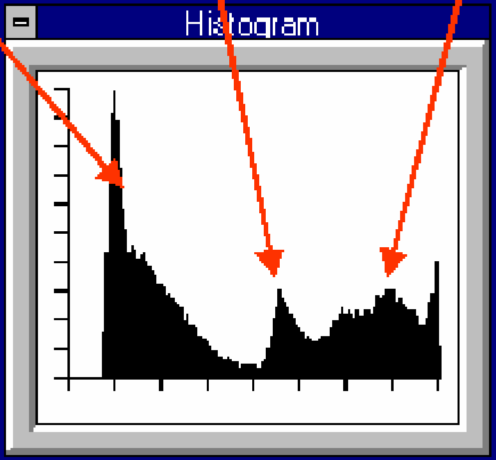
Istogramma

Esempio 4: In questo caso l'istogramma mette in evidenza le zone dell'immagine

Zona in ombra

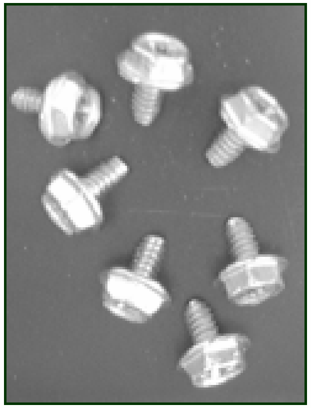
Zona laterale

Zona frontale

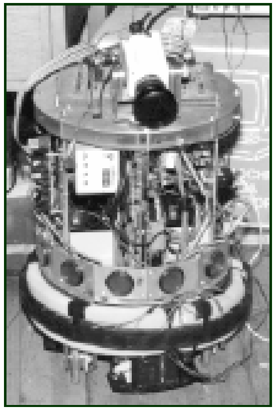


Segmentazione

- Obiettivo
  - Separazione di uno o più oggetti di interesse dallo sfondo (background)
  - A volte può essere un compito semplice ma in alcuni casi è molto complesso



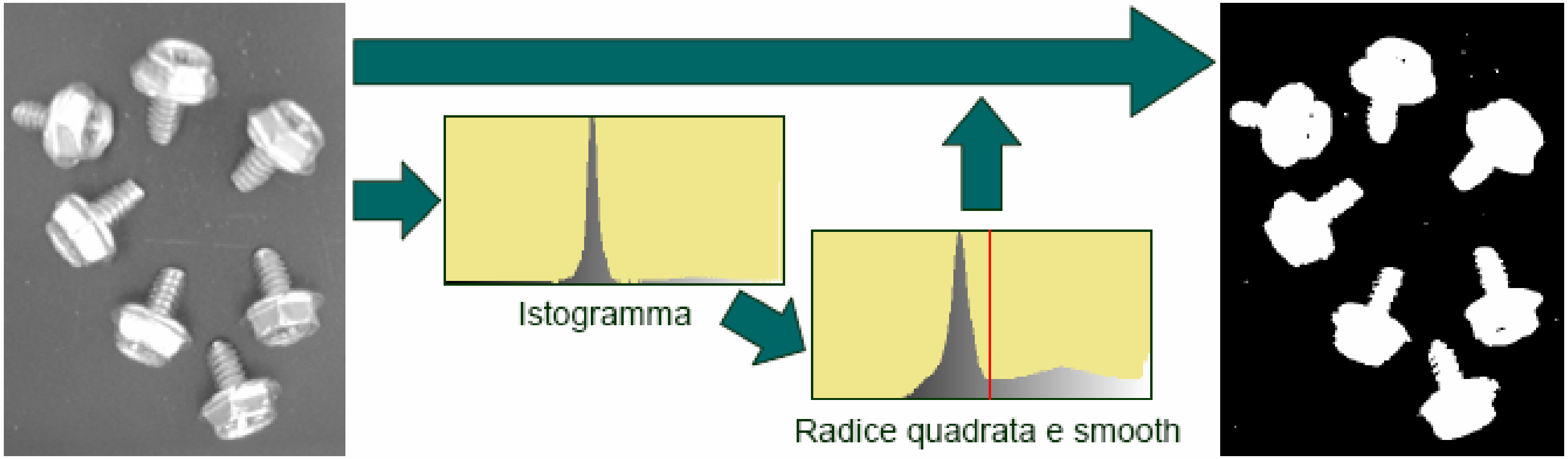
Caso Semplice



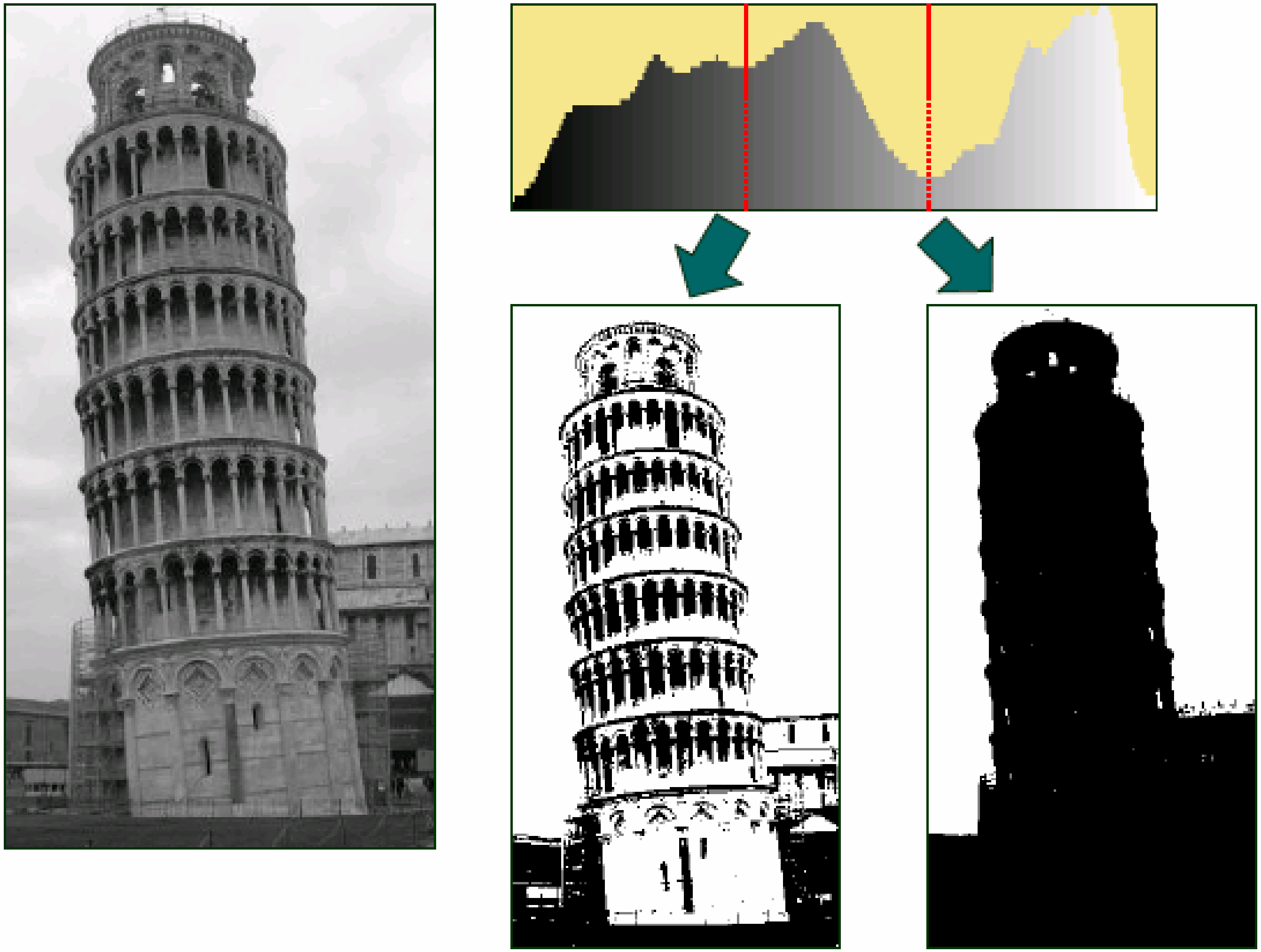
Caso complesso

Segmentazione mediante binarizzazione

- Scelta automatica della soglia a partire dall'istogramma
  - La presenza due o più picchi nell'istogramma è spesso causata da oggetti con luminosità medie diverse
  - La soglia ottimale viene determinata come minimo locale tra i due picchi costituiti dallo sfondo (se omogeneo) e dagli oggetti.
  - Una regolarizzazione (smoothing) a priori dell'istogramma e la sua rappresentazione come radice quadrata può rendere più robusta e affidabile l'operazione di ricerca del/i minimo/i locale/i.

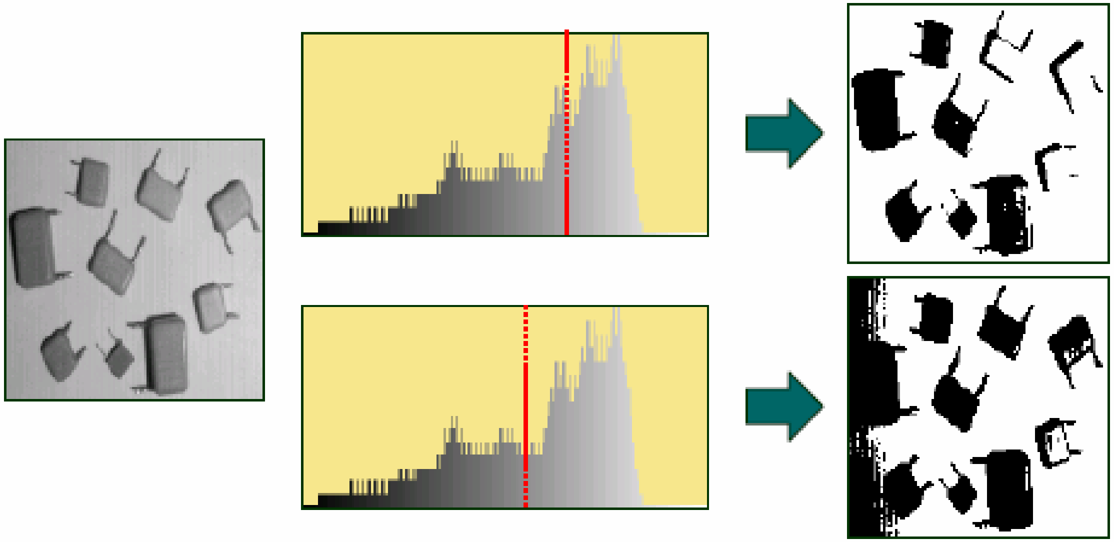


Binarizzazione e istogramma – Esempio



Segmentazione: binarizzazione con soglia locale

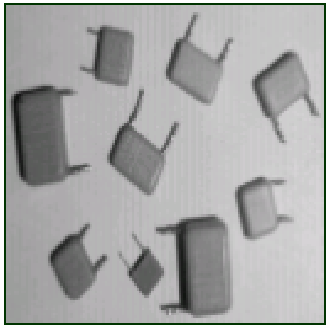
- Problemi con la soglia globale
  - Quando oggetti e sfondo non sono uniformi, la scelta della soglia globale è un'operazione molto critica
  - Ad esempio, se lo sfondo presenta un gradiente di illuminazione (ossia la luminosità varia gradualmente da una zona all'altra dell'immagine), l'approccio non può essere utilizzato con successo



- Una possibile soluzione: utilizzare soglie locali

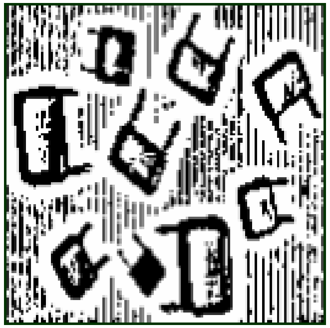
Binarizzazione con soglia locale

- Per ogni pixel la soglia è determinata considerando una porzione dell'immagine
- Diversi approcci sono possibili:
  - Dividere l'immagine in regioni (meglio se parzialmente sovrapposte) e su ognuna di esse calcolare la soglia mediante analisi dell'istogramma
  - Dividere ricorsivamente l'immagine in regioni finché il loro istogramma è chiaramente bimodale (due picchi ben separati)
  - Per ogni pixel dell'immagine determinare la soglia attraverso l'analisi dei pixel in un intorno
    - Nell'esempio in figura la soglia è semplicemente determinata come media dei pixel in un intorno quadrato di lato *s*
  - …

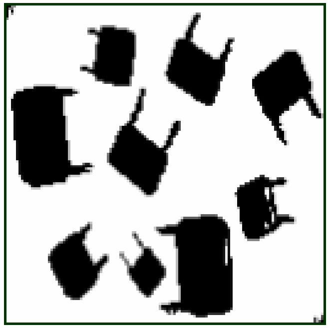


s=3

s=11

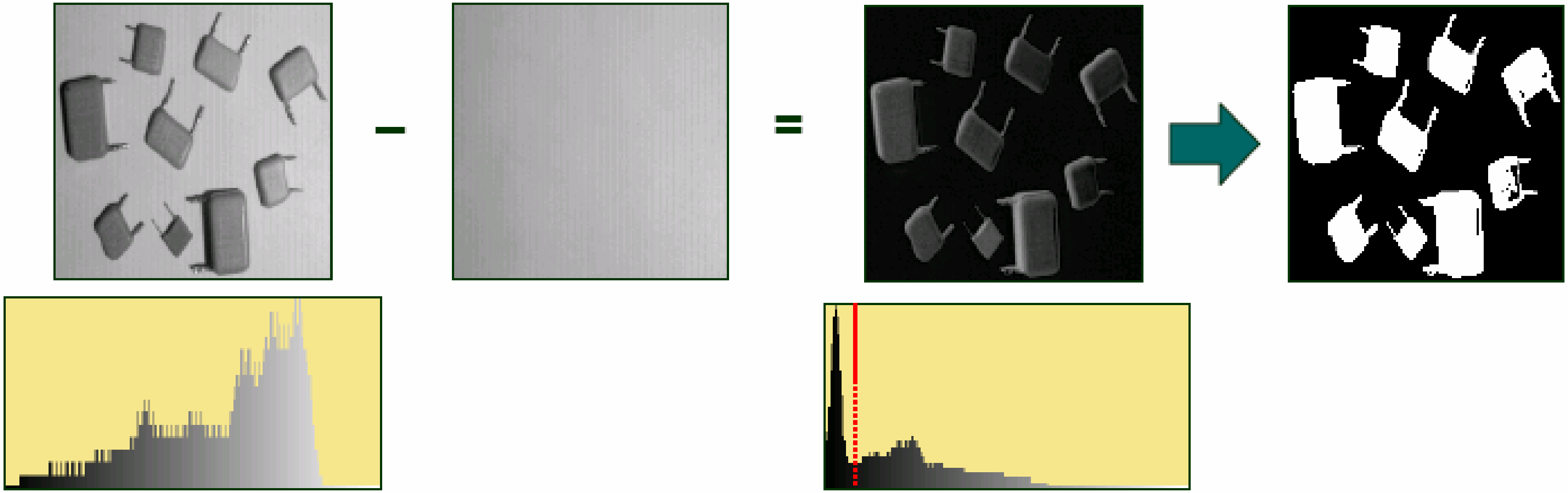


s=71



Segmentazione: sottrazione dello sfondo

- Utilizzo di conoscenze note a priori:
  - In determinate applicazioni la conoscenza di informazioni sull'oggetto da segmentare o sullo sfondo consentono di semplificare la segmentazione
  - Se lo sfondo e l'illuminazione sono costanti, la sottrazione dell'immagine dello sfondo (catturata in assenza dell'oggetto) da quella che si vuole segmentare è una tecnica generalmente molto efficace



Elaborazioni locali spaziali
Sommario

- Esaltazione dei contrasti e espansione
- Istogramma
- Media Aritmetica

Media aritmetica

E' spesso utile estrarre valori medi dall'immagine in esame, in particolare per ridurre variazioni brusche indesiderate dei livelli di grigio (riduzione di *disturbi* e *rumore* localizzati spazialmente)

Media aritmetica

Un metodo semplice per ottenere quanto sopra indicato consiste nell'effettuare la media aritmetica su blocchi 2x2 o 3x3 di dati

Media aritmetica

Un primo procedimento corrisponde a effettuare la media aritmetica di 4 dati vicini e a sostituire la media stessa ai 4 dati. Questa operazione può peraltro permettere la riduzione di scala o *concentrazione* dell'immagine, mantenendo dei 4 dati solo uno (riduzione di un fattore 4)

Media aritmetica

Originale

44	48	81	84
46	50	86	85
84	88	62	64
78	82	66	60

Media

47	47	84	84
47	47	84	84
83	83	63	63
83	83	63	63

Riduzione di scala

47	84
83	63

Media aritmetica

Un procedimento analogo corrisponde a effettuare la media aritmetica di 9 dati vicini e a sostituire la media ai 9 dati

Media aritmetica

Un altro procedimento corrisponde a operare su un blocco di dati 3x3, effettuando la media sui 9 dati :

$$g(n_1,n_2)=\frac{1}{9}\sum_{k_1=-1}^{1}\sum_{k_2=-1}^{1}f(n_1-k_1,n_2-k_2)$$

e a sostituire il valore $g(n_1,n_2)$ al valore $f(n_1,n_2)$ originale, ripetendo l'operazione per tutti i blocchi adiacenti 3x3

Media aritmetica

Esempio di media aritmetica su una finestra 3x3

44	48	81	84
46	50	86	85
84	88	62	64
78	82	66	60

	65		

Passo 1

44	48	81	84
46	50	86	85
84	88	62	64
78	82	66	60

	65	72	

Passo 2

Media aritmetica

Come variante del procedimento precedente, si effettua la media su 8 dati, escludendo quello centrale:

$$g(n_1, n_2) = \frac{1}{8} \sum_{k_1=-1}^{1} \sum_{\substack{k_2=-1 \\ k_1+k_2 \neq 0}}^{1} f(n_1 - k_1, n_2 - k_2)$$

Il valore ottenuto si assegna al valore centrale originale

Media aritmetica

Esempio di media aritmetica su una finestra 3x3 con esclusione del punto centrale

44	48	81	84
46	50	86	85
84	88	62	64
78	82	66	60

	67		

Passo 1

44	48	81	84
46	50	86	85
84	88	62	64
78	82	66	60

	67	70	

Passo 2

Media aritmetica

E' evidente che le precedenti operazioni di media corrispondono a *filtraggi di tipo passa-basso* nel campo delle frequenze spaziali, nel senso che vengono ridotte variazioni dei livelli di grigio alle frequenze più alte, con il risultato di un notevole miglioramento della qualità dell'immagine in esame se le componenti alle frequenze più alte sono essenzialmente dovute a disturbi e rumore

Media aritmetica

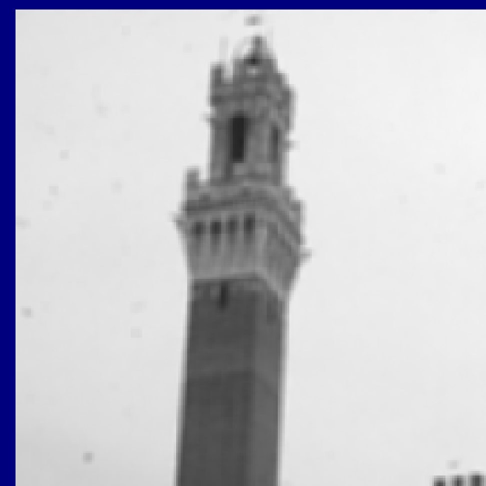
Mediante questo operatore, sostituendo il valore di ogni pixel con la media dei suoi valori vicini (di ampiezza non molto diversa), si elimina il *rumore* di piccola entità, mentre non si alterano eventuali *contorni* presenti nell'immagine in esame

Media aritmetica

Esempio 1: Immagine della Torre del Mangia, Siena elaborata con media aritmetica (finestra 3x3)

Media aritmetica

Esempio 2: Immagine della Torre del Mangia, Siena elaborata con media aritmetica (finestra 5x5)



Media aritmetica

Esempio 3: Immagine rumorosa della Venere elaborata con media aritmetica (finestra 3x3)

Sandro Filipepi, detto il Botticelli, *La nascita di Venere,* Firenze, Galleria degli Uffizi, particolare

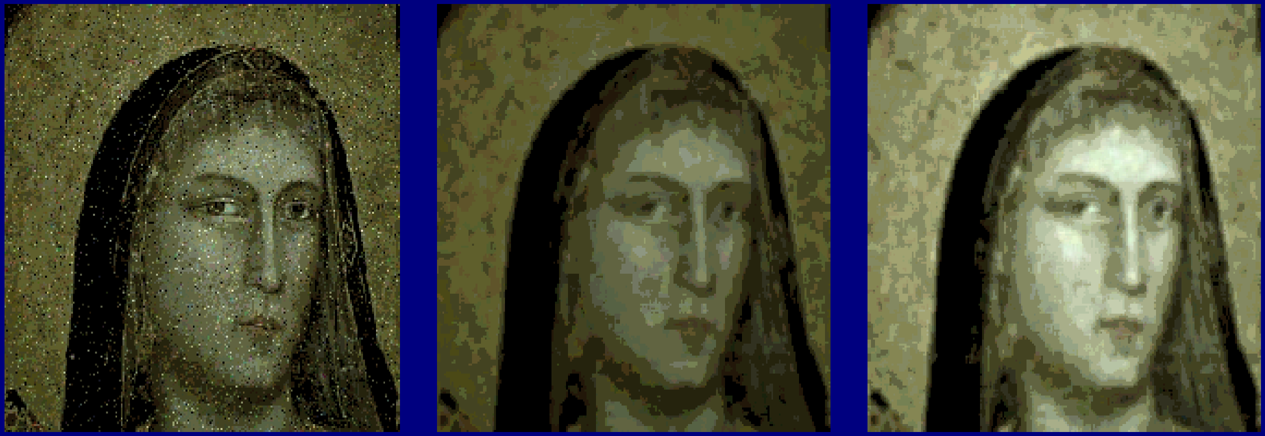
Media aritmetica

Esempio 4: Immagine molto rumorosa della Venere elaborata con media aritmetica (finestra 3x3)

Sandro Filipepi, detto il Botticelli, *La nascita di Venere,* Firenze, Galleria degli Uffizi, particolare

Uso di operatori locali

Esempio di applicazione in cascata di un filtro di media 5x5 e di esaltazione dei contrasti sul volto della 'Maestà'



Giotto, *'Maestà' di Ognissanti,* Firenze, Galleria degli Uffizi, particolare

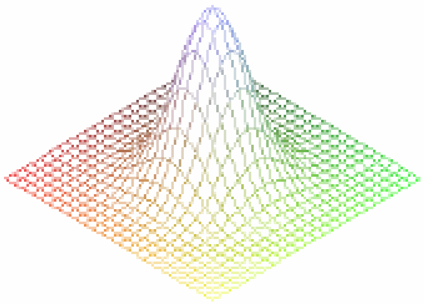
FILTRI

- Possiamo considerare la media aritmetica come un filtro applicato all’immagine
- Sono stati studiati un’infinità di filtri
- Esempio: il filtro gaussiano

Smoothing Gaussiano

- Gli elementi sono pesati secondo una funzione gaussiana.
  - Il parametro σ controlla l'ampiezza della gaussiana e quindi l'entità della regolarizzazione.
  - Il filtro è separabile: conviene effettuare la convoluzione con due filtri 1D (identici fra loro)
- Approssimazione con valori interi (per maggiore efficienza)
  - Il termine (1/sqrt(...)) può essere trascurato, in quanto dopo il calcolo è comunque necessario normalizzare gli elementi rispetto alla somma dei pesi
  - Esempio (σ=1) di una possibile soluzione:

$$G_{2D}(x,y,\sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot \exp^{\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$



$$G_{1D}(\mathrm{t},\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot \exp^{\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

$$G_{2D}(\mathrm{x},\mathrm{y},\sigma) = G_{1D}(\mathrm{x},\sigma) \cdot G_{1D}(\mathrm{y},\sigma)$$

0.135	0.607	1	0.607	0.135

Filtro 1D (ignorando termine moltiplicativo)

$\frac{1}{17} \cdot$

1	4	7	4	1

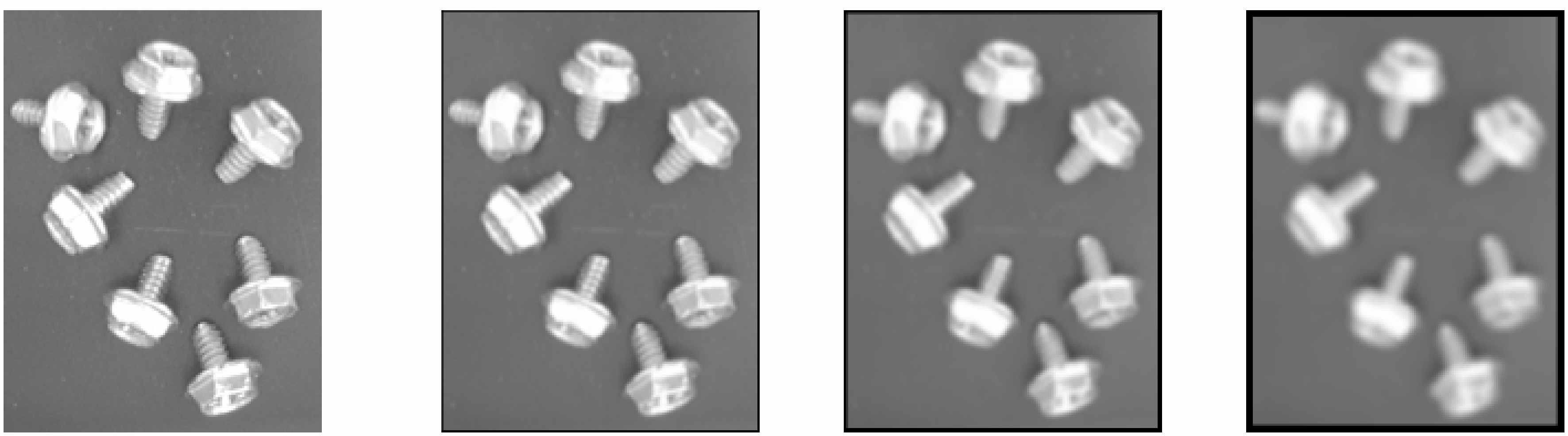
Approssimazione intera e normalizzazione

Smoothing Gaussiano – Esempi

$\sigma = 2$, Filtro 5x5

$\sigma = 4$, Filtro 9x9

$\sigma = 5$, Filtro 15x15



Gray-level discontinuity detection

- Basic types of gray-level discontinuities in a digital image:

  - points

  - lines

  - edges

- Main approach for their identification: to run a *mask* through the images, computing the sum of products of the coefficients with the gray levels contained in the region encompassed by the mask.

w_1	w_2	w_3
w_4	w_5	w_6
w_7	w_8	w_9

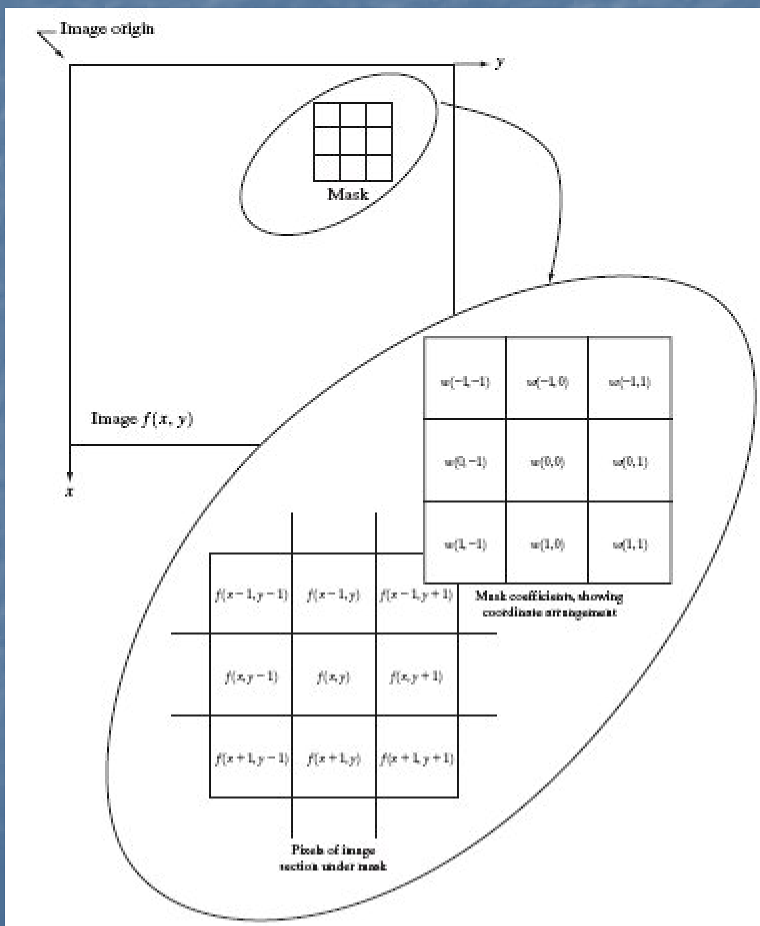
a general 3x3 mask

$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \cdots + w_9 z_9 = \sum_{i=1}^{9} w_i z_i$$

(*)Response of the mask at any point in the image,
defined with respect to its center location.

z_i= gray level of the pixel
ω_i =associated mask coefficient

MASK



In general, linear filtering of an image f of size M*Nwith a filter mask of size m*n is given by the expression:

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s, t) f(x + s, y + t)$$

where, from the previous paragraph, a=(m-1)/2 and b=(n-1)/2. To generate a complete filtered image this equation must be applied for x=0, 1,2, ... , M-1 and y=0, 1, 2, ... , N-1. In this way, we are assured that the

Generalità sulle trasformazioni numeriche 2D

La trasformazione numerica 2D di una matrice di dati di ingresso (immagine campionata) è definita dalla relazione:

$$F(k_1,k_2)=\sum_{n_1=1}^{N_1}\sum_{n_2=1}^{N_2} f(n_1,n_2)A(n_1,n_2;k_1,k_2)$$

ove $f(n_1,n_2)$ sono i dati di ingresso e $A(n_1,n_2;k_1,k_2)$ rappresenta la *base* o *nucleo* (*kernel*) dell'operatore di trasformazione

Generalità sulle trasformazioni numeriche 2D

La trasformata inversa è espressa da:

$$f(n_1,n_2)=\sum_{k_1=1}^{N_1}\sum_{k_2=1}^{N_2}F(k_1,k_2)B(n_1,n_2;k_1,k_2)$$

ove $B(n_1,n_2;k_1,k_2)$ rappresenta l'inverso della *base* o *nucleo* dell'operatore di trasformazione

Generalità sulle trasformazioni numeriche 2D

Nel seguito, per semplificare la trattazione, saranno considerate matrici dell'immagine di dimensione quadrata $N_1=N_2=N$, con indici $(n_1,n_2;k_1,k_2)$ da 0 a $N\text{-}1$

Trasformazione di Fourier

La trasformazione o trasformata di Fourier 2D discreta o numerica di una matrice di dati di ingresso è definita dalla relazione:

$$F(k_1,k_2) = \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0}^{N-1} f(n_1,n_2) e^{-\frac{2\pi\ j}{N}(k_1 n_1 + k_2 n_2)}$$

ove gli indici k_1 e k_2 corrispondono alle frequenze spaziali ν_x e ν_y

Trasformazione di Fourier

In particolare:

$\nu_x = k_1 \Delta\nu$, $\nu_y = k_2 \Delta\nu$, essendo $\Delta\nu$ un incremento costante di frequenza (passo di campionamento nelle frequenze spaziali)

Trasformazione di Fourier

La trasformata di Fourier 2D numerica inversa è definita dalla relazione:

$$f(n_1,n_2)=\frac{1}{N^2}\sum_{k_1=0}^{N-1}\sum_{k_2=0}^{N-1}F(k_1,k_2)e^{\frac{2\pi\ j}{N}(k_1n_1+k_2n_2)}$$

con gli indici k_1 e k_2 già indicati

Alcune tecniche di riconoscimento

- *Uso della trasformata di Fourier*

La trasformata di Fourier permette di avere una rappresentazione nel dominio delle *frequenze spaziali* dell'immagine in esame

Alcune tecniche di riconoscimento

Si pensi, ad esempio, a un'immagine che abbia in alcune zone strutture o configurazioni localizzate costituite da variazioni rapide del livello di grigio nel senso orizzontale (come linee scure verticali)

Alcune tecniche di riconoscimento

E' evidente che anche la semplice trasformata di Fourier unidimensionale applicata in direzione orizzontale (frequenza spaziale $\omega_x / 2\pi$) presenterà componenti in alta frequenza in corrispondenza di tali variazioni

Alcune tecniche di riconoscimento

Pertanto l'applicazione della trasformata 1D secondo x a sottoimmagini permetterà di individuare in quali sottoimmaginni si hanno le variazioni rapide cercate

Alcune tecniche di riconoscimento

Analogamente per immagini con variazioni rapide spaziali dei livelli di grigio in determinate zone, l'applicazione della trasformata di Fourier 2D evidenzierà le alte frequenze spaziali nelle zone di interesse, riconoscendole

Alcune tecniche di riconoscimento

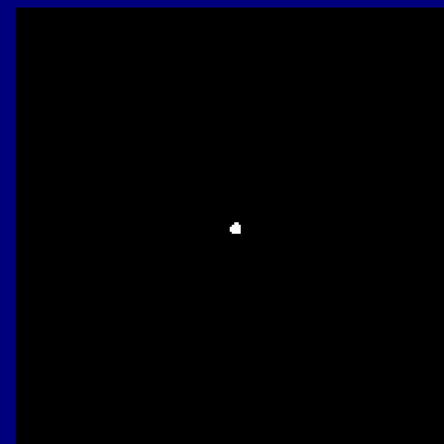
Per alcuni oggetti tipici (griglie rettangolari, strutture circolari) la forma dello spettro 2D rappresenta una caratteristica di riconoscimento nota a priori, che costituisce un utile riferimento (prototipo) di individuazione e riconoscimento

Alcune tecniche di riconoscimento

L'applicazione della trasformata di Fourier può essere utile anche a immagini opportunamente pre-elaborate. Se, ad esempio, sono stati estratti i contorni degli oggetti, l'applicazione della trasformata di Fourier 1D ai contorni permetterà di distinguere nettamente i contorni stessi (es. da circolari a rettangolari)

Trasformazione di Fourier

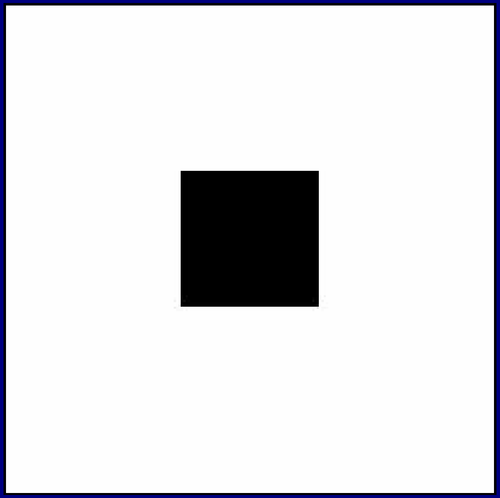
immagine



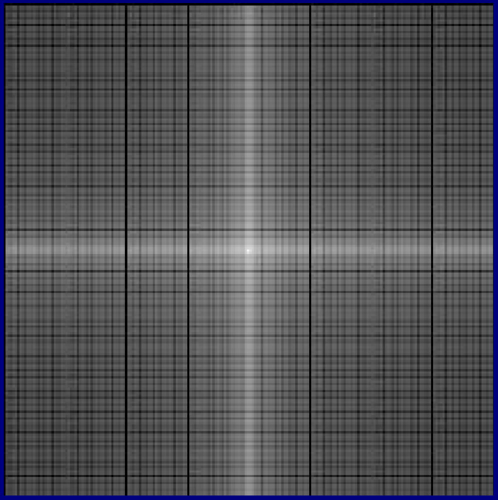
trasformata (modulo)

Esempio 1: trasformata (modulo) di immagine con livello di grigio costante

Trasformazione di Fourier



immagine



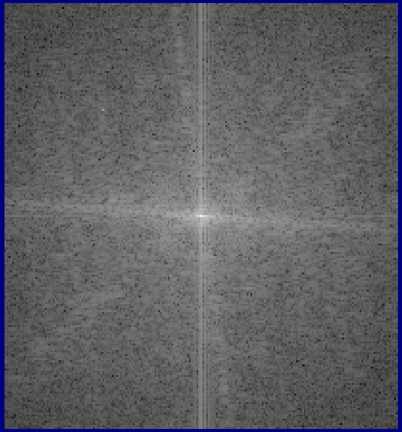
trasformata (modulo)

Esempio 2: trasformata (modulo) di immagine con quadrato

Alcune tecniche di riconoscimento

Esempio di riconoscimento di caratteristiche strutturali tramite la trasformata di Fourier applicata all'immagine della Torre del Mangia, Siena

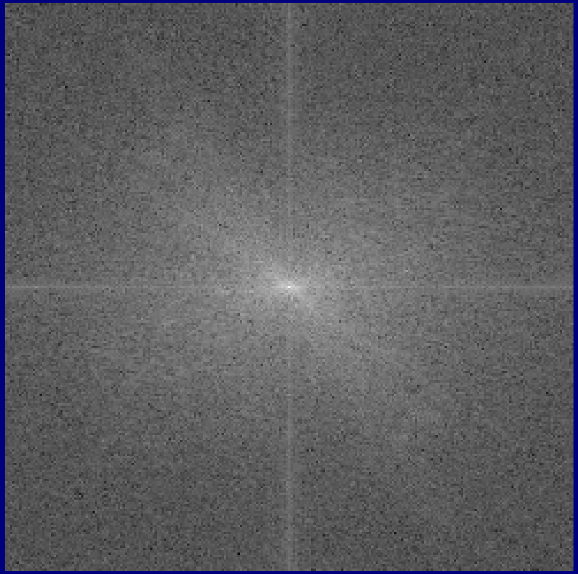
immagine



trasformata

Trasformazione di Fourier

immagine

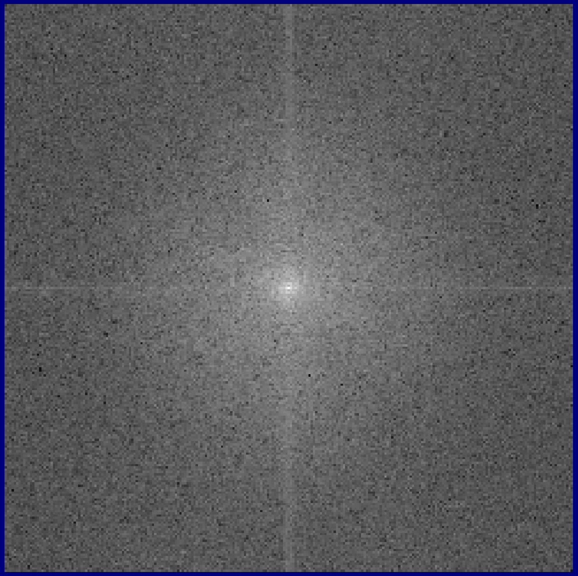


trasformata (modulo)

Esempio 3: trasformata (modulo) di immagine con volto

Trasformazione di Fourier

immagine



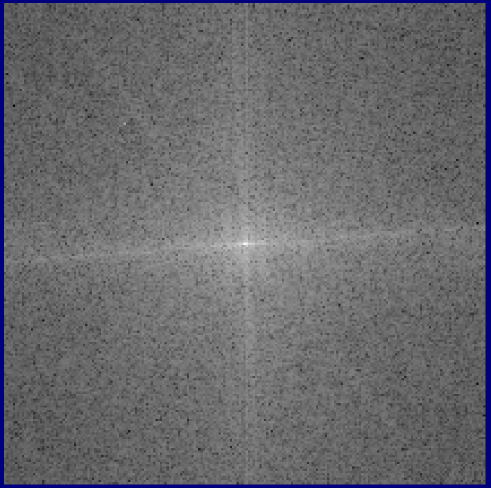
trasformata (modulo)

Esempio 4: trasformata (modulo) del volto della Venere

Sandro Filipepi, detto il Botticelli, *La nascita di Venere*, Firenze, Galleria degli Uffizi, particolare

Trasformazione di Fourier

immagine

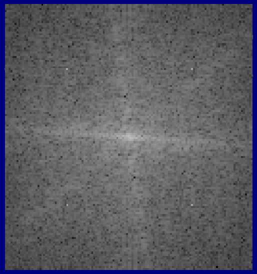
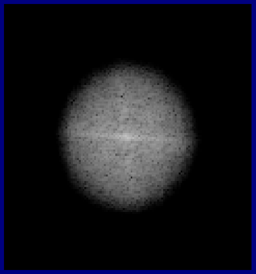


trasformata (modulo)

Esempio 6: trasformata (modulo) della Basilica di S. Galgano

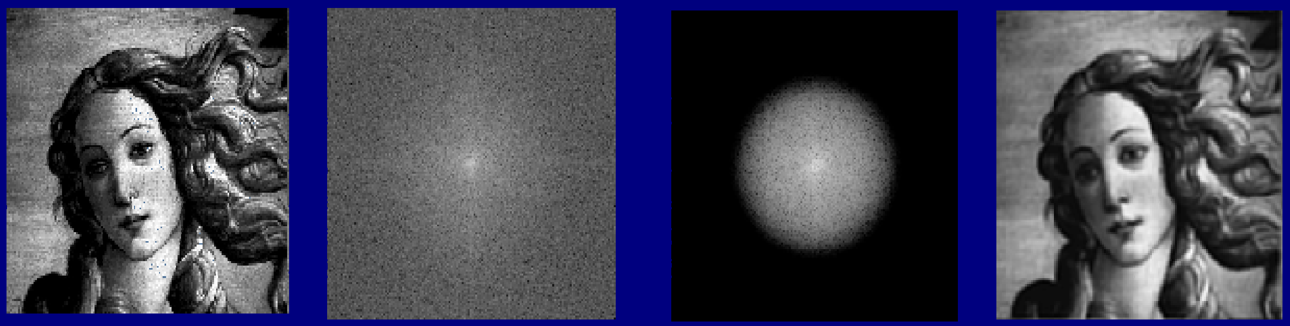
Filtri numerici bidimensionali FIR e IIR

Esempio di applicazione di un filtro 2D FIR di tipo passa-basso sulla Torre del Mangia, Siena


Filtri numerici bidimensionali FIR e IIR

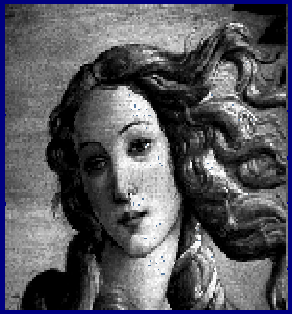
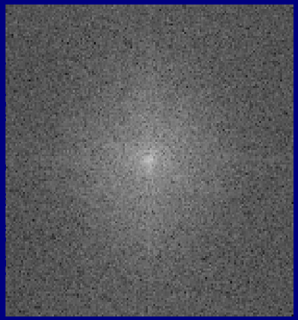
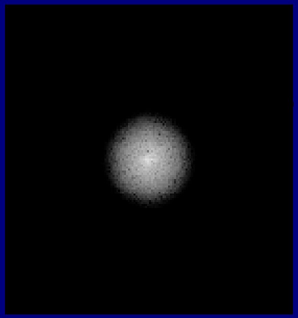
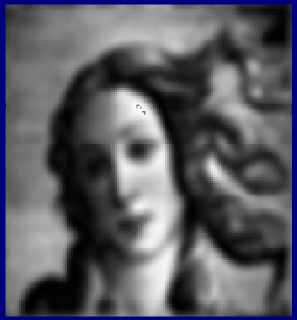
Esempio di applicazione di un filtro 2D FIR di tipo passa-basso sul volto della Venere



Sandro Filipepi, detto il Botticelli, *La nascita di Venere,* Firenze, Galleria degli Uffizi, particolare

Filtri numerici bidimensionali FIR e IIR

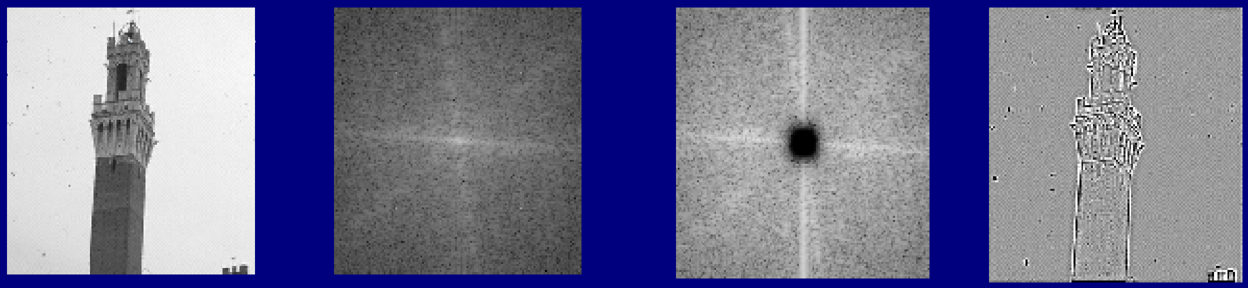
Esempio di applicazione di un filtro 2D FIR di tipo passa-basso (con frequenza di taglio inferiore) sul volto della Venere

Sandro Filipepi, detto il Botticelli, *La nascita di Venere,* Firenze, Galleria degli Uffizi, particolare

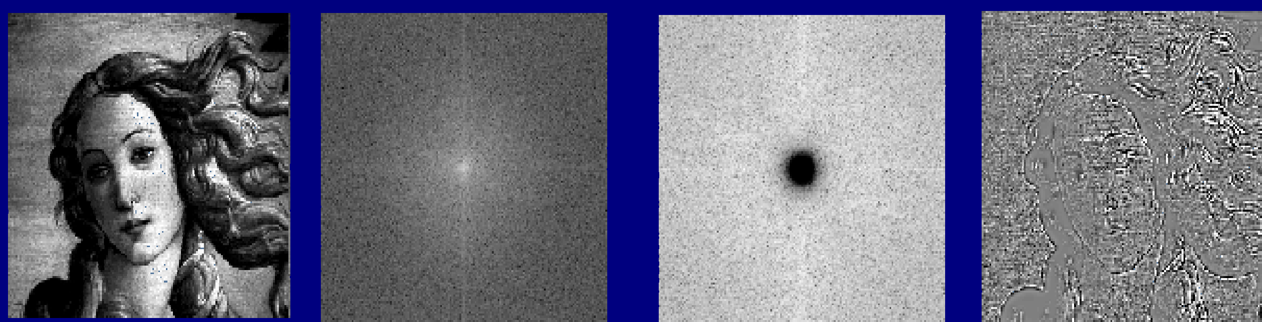
Filtri numerici bidimensionali FIR e IIR

Esempio di applicazione di un filtro 2D FIR di tipo passa-alto sulla Torre del Mangia, Siena



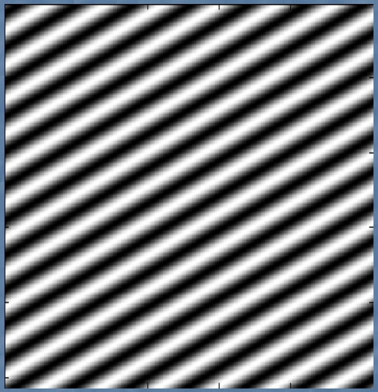
Filtri numerici bidimensionali FIR e IIR

Esempio di applicazione di un filtro 2D FIR di tipo passa-alto sul volto della Venere



Sandro Filipepi, detto il Botticelli, *La nascita di Venere,* Firenze, Galleria degli Uffizi, particolare

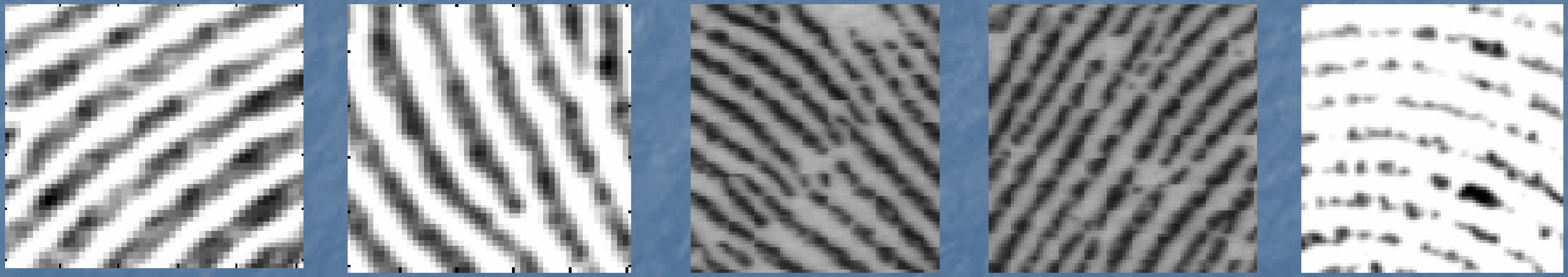
Surface Wave Model



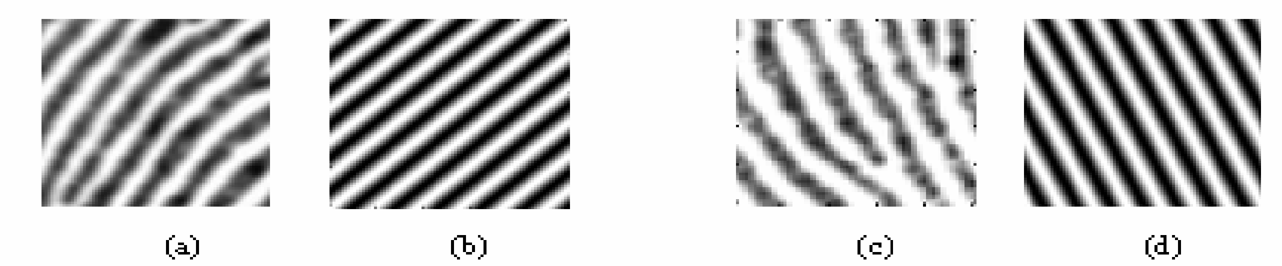
$$i(x,y) = A\cos\left[\ 2\pi r\left\{x\cos(\phi) + y\sin(\phi)\right\}\ \right]$$

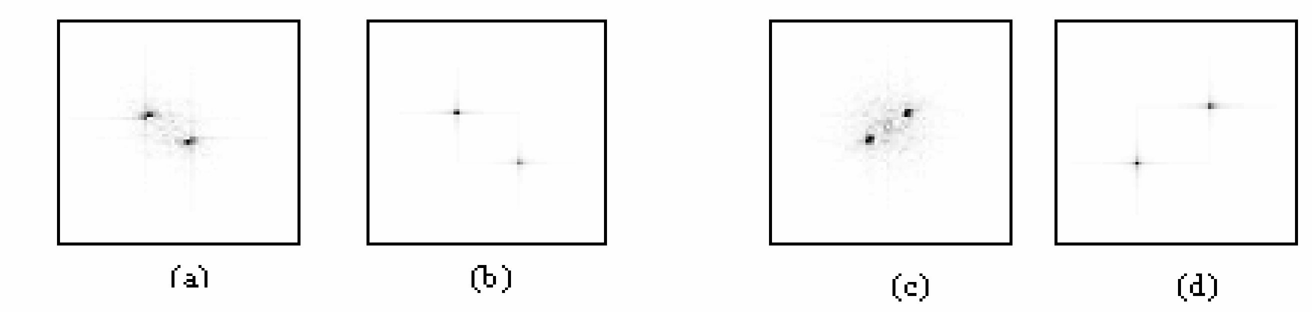
$\phi_{(x,y)} =$ Local ridge orientation

$r_{(x,y)} =$ Local ridge frequency



Validity of the model





- **With the exception of singularities such as core and delta, any local region of the fingerprint has consistent ridge orientation and frequency.**
- **The ridge flow may be coarsely approximated using an oriented surface wave that can be identified using a single frequency f and orientation θ.**
- **However, a real fingerprint is marked by a distribution of multiple frequencies and orientation.**