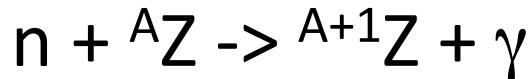


Reazioni Nucleari d'interesse atrofisico

Introduzione

I processi più importanti sono:

Cattura di neutroni:



Reazioni fra nuclei:

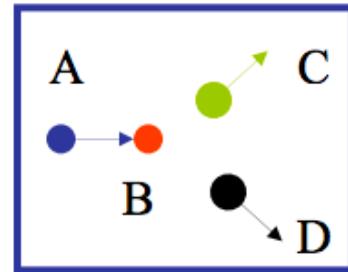
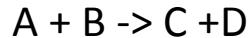


Le prime si verificano nelle fasi avanzate della combustione stellare (stelle AGB – Supernovae)

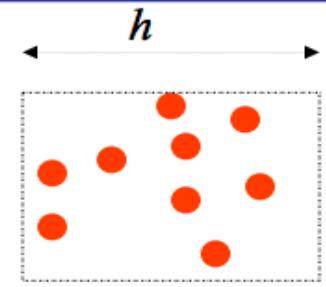
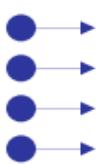
Le seconde durante i processi di fusione

La sezione d'urto

La sezione d'urto è la principale osservabile media che caratterizza la collisione



I



Il fascio **A** è caratterizzato dalla **“corrente”** **I** (numero di particelle prodotte per unità di tempo), dal **tipo di particelle** e dalla loro **energia**.

Il bersaglio **B** è caratterizzato dalla **densità** di bersagli (numero bersagli /volume) **n** e dallo **spessore** **h**

La quantità misurabile è il numero di reazioni per unità di tempo **$\Delta N/\Delta t$**

Se il bersaglio è sottile (cioè piccola probabilità che il proiettile faccia una collisione) il numero di reazioni che avvengono nell'unità di tempo è dato dalla relazione:

$$\Delta N/\Delta t = I n h \sigma$$

la costante di proporzionalità, espressa in $[L]^2$, si chiama **sezione d'urto**

La sezione d'urto

Supponiamo che la reazione avvenga quando le particelle A e B si trovino a una distanza $d < r$, con una probabilità w .

Per ciascuna particella i che entra nel bersaglio, la probabilità P_i di effettuare una reazione sarà data dal numero di incontri N_i che avvengono con distanza $d < r$, moltiplicata per la probabilità di reazione w , $P_i = N_i w$

Se medio su tante particelle $\langle N \rangle = \pi r^2 n h$ e quindi $\langle P \rangle = \pi r^2 n h w$

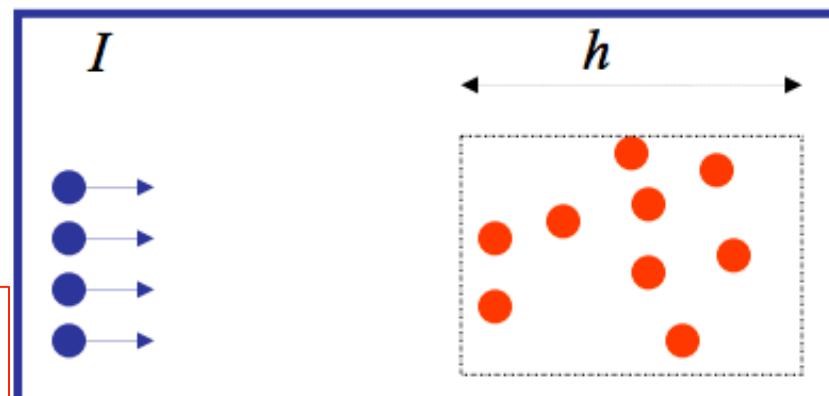
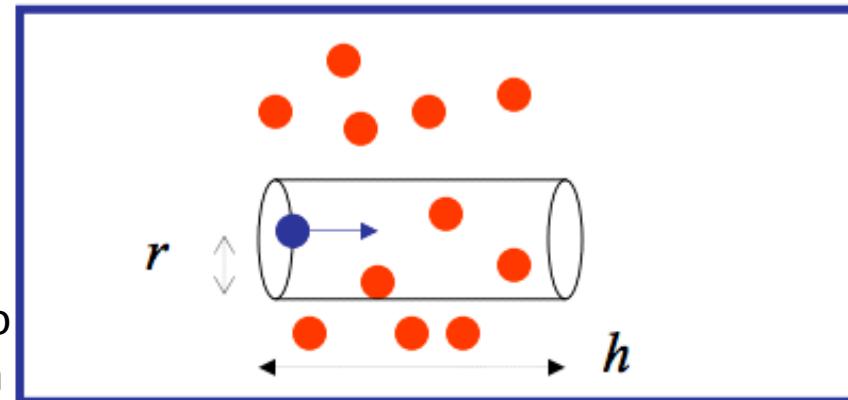
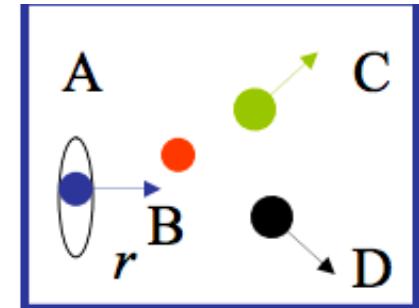
Se I è il numero di particelle che entrano nel bersaglio nell'unità di tempo, il numero di interazioni nell'unità di tempo sarà $I \langle P \rangle$ e dunque:

$$\Delta N / \Delta t = I n h \pi r^2 w$$

Confrontando con la definizione di σ :

$$\Delta N / \Delta t = I n h \sigma$$

Si ottiene: $\sigma = \pi r^2 w$



La sezione d'urto rappresenta il prodotto dell'area geometrica in cui avviene l'interazione per la probabilità stessa che avvenga

Risonanze di formazione

- Il processo di scattering avviene tramite la formazione di uno stato intermedio R risonante:
- La risonanza può decadere:
nelle stesse particelle dello stato iniziale
 $a + b \rightarrow R \rightarrow a + b$ (processo elastico)
oppure in particelle diverse
 $a+b \rightarrow R \rightarrow X$ (processo inelastico)
- La risonanza è descritta dal formalismo della matrice R (R -matrix)

Formalismo della matrice-R

L'idea di fondo del formalismo della R-matrix è di usare la funzione d'onda del sistema di 2 particelle quando esse sono sufficientemente vicine da formare un nucleo composto.

Sebbene la funzione d'onda del nucleo composto è estremamente complicata, si può espandere nei suoi autostati.

Il formalismo della matrice-R fa coincidere le onde entranti e uscenti con le funzioni d'onda interne, fornendo un modo di descrivere la sezione d'urto della reazione in termini della proprietà degli autostati del nucleo composto.

Le proprietà degli autostati sono fondamentalmente: **l'energie, spin, parità, e un set di larghezze parziali legate alle larghezze dei modi di decadimento del nucleo composto.**

Questo metodo di descrivere la sezione d'urto di reazione, usando solo le proprietà dei livelli di eccitazione nucleare, è al tempo stesso anche la più importante limitazione. Nessuna informazione delle forze all'interno del nucleo sono necessarie.

Il nucleo è trattato come una scatola nera di cui le proprietà degli autostati devono essere misurati per descrivere la sezione d'urto.

Scattering elastico

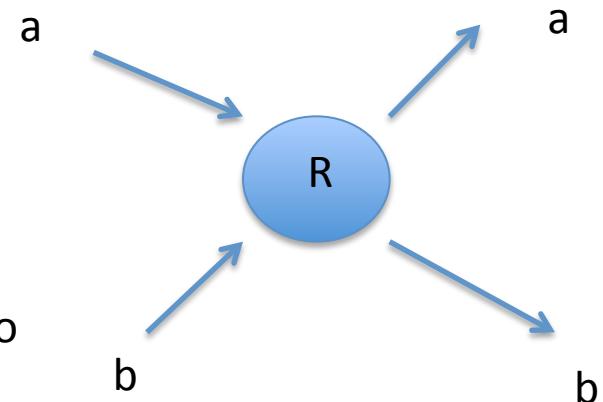
In astrofisica -> limite delle basse energie
descrizione non relativistica

In genere la funzione d'onda $\Psi(r)$ che descrive il moto relativo delle due particelle in collisione soddisfa un'equazione di Schroedinger a molte componenti, in corrispondenza dei diversi canali di reazione (elastici ed inelastici).

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + V(r) \Psi = E \Psi$$

Con $m = (m_a * m_b) / (m_a + m_b)$, E energia di collisione (energia nel c.m.). Le condizioni al contorno sono:

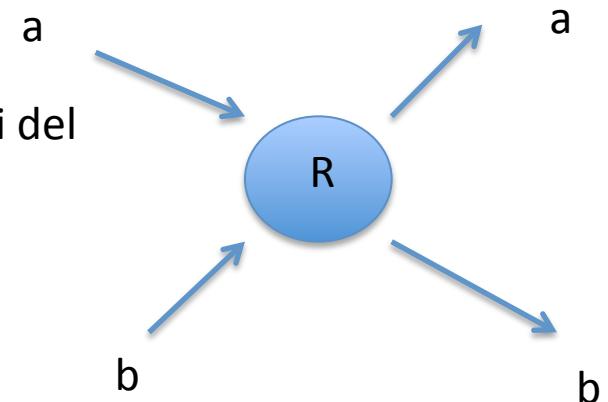
$$\Psi_{as} = e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} \quad d\sigma / d\Omega = |f(\theta)|^2 \quad \sigma = 2\pi \int \sin \theta d\theta |f(\theta)|^2$$



Scattering elastico a bassa energia

La funzione d'onda Ψ può essere sviluppata in autofunzioni del momento angolare. Lo sviluppo in armoniche sferiche di Ψ corrisponde a uno sviluppo delle ampiezza di scattering:

$$f(\theta) = (1/2ik) \sum_l (2l+1) f_l P_l(\cos \theta)$$



Per l'ortogonalità delle autofuzioni del momento angolare la sezione d'urto integrata può essere scritta:

$$\sigma = \sum \sigma_l = \sum 4\pi(2l+1) |f_l|^2$$

Si dimostra che nel limite delle basse energie, per potenziali che decrescono rapidamente con r , quindi il contributo dominante viene da $l=0$.

Ne segue che per $k \rightarrow 0$:

- A) la sezione d'urto differenziale è isotropica
- B) la sezione d'urto elastica tende a una costante

Scattering inelastici

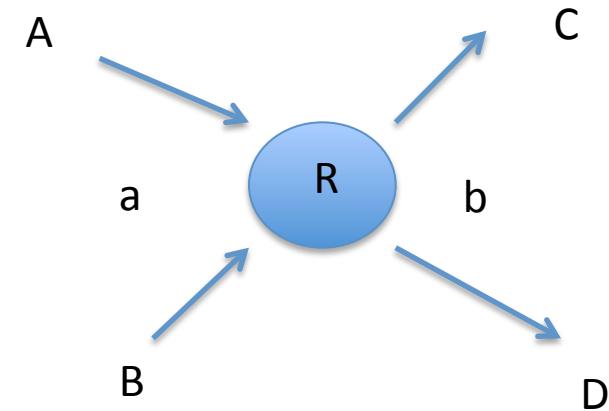
Reazione esoenergetica: $M_A + M_B > M_C + M_D$

Reazione endoenergetica: $M_A + M_B < M_C + M_D$

$$\Psi = (\Psi_a, \Psi_b, \dots)$$

$$\Psi_a = e^{(ik_a z)} + f_{aa}(\Theta) \frac{e^{ik_a r}}{r} \quad \text{canale elastico}$$

$$\Psi_b = f_{ab}(\Theta) \frac{e^{ik_b r}}{r} \quad \text{negli altri canali (} b \neq a \text{)}$$



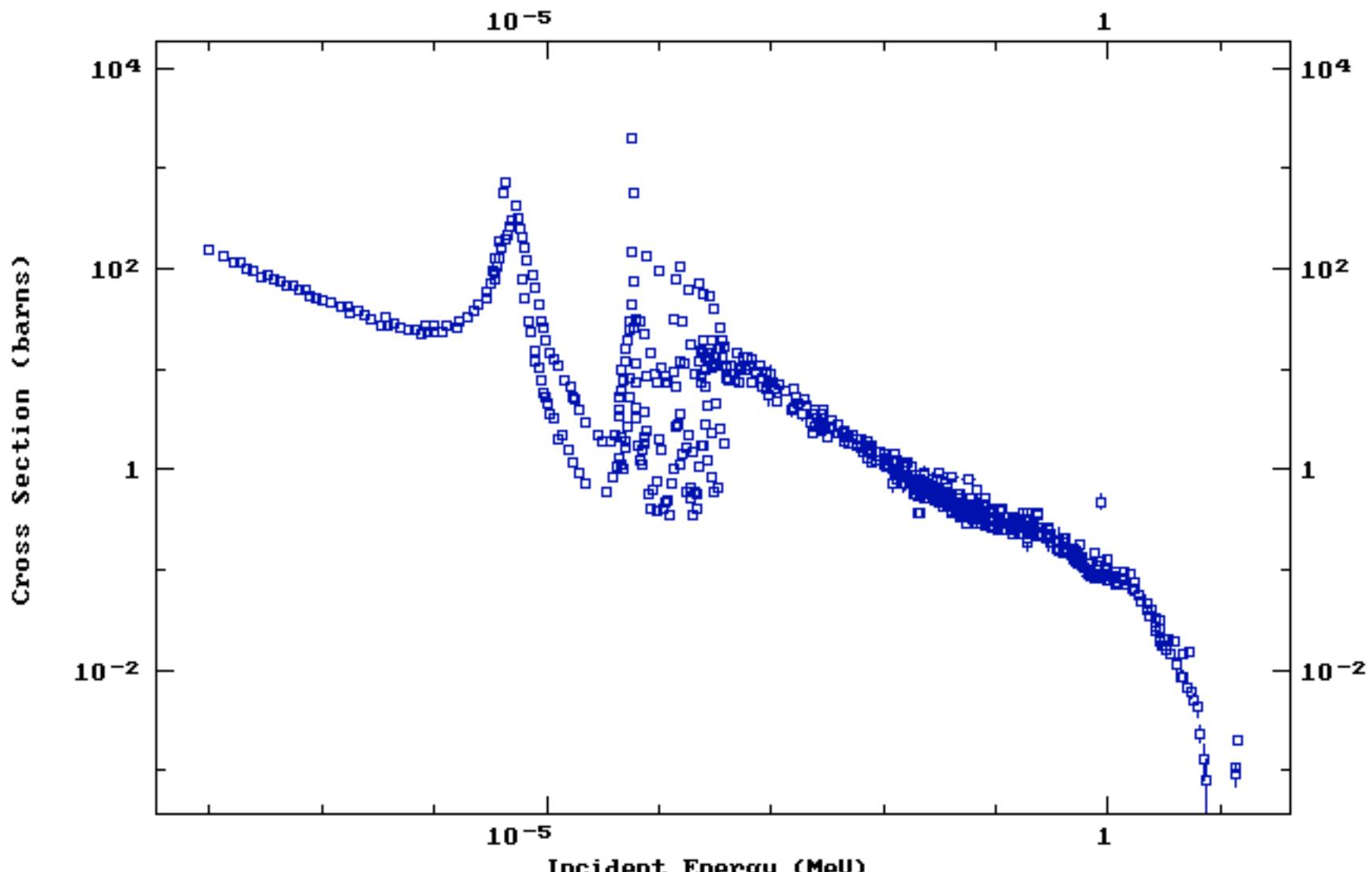
k impulso associato al moto relativo delle due particelle

$$k_a^2 \hbar = 2m_a E = \frac{2E m_A m_B}{m_A m_B}$$

$$d\sigma_{ab} = I f_{ab} l^2 \frac{p_C}{p_A} d\Omega_C$$

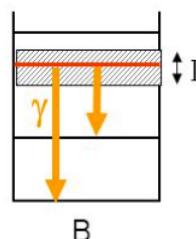
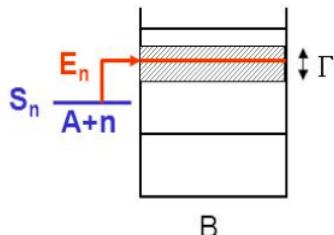
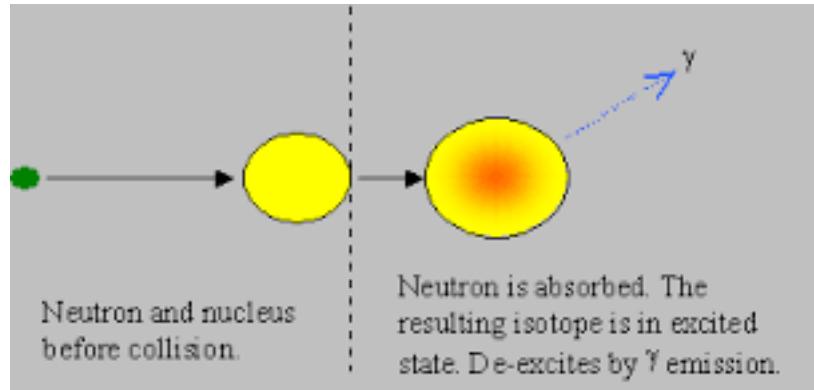
dove p_A e p_C sono l'impulso del proiettile e della particella prodotta rispettivamente

79-AU-197(N,G)79-AU-198
EXFOR Request: 61529/1, 2013-Jun-27 23:18:24



$$\sigma_{in} = const (E - \Delta)^{\frac{1}{2}}$$

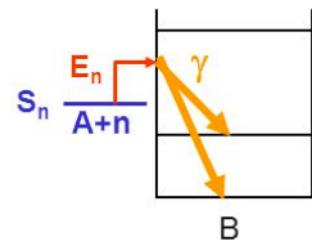
Scattering inelastici



Reazioni risonanti: Avvengono in due step

1. Formazione del nucleo composto
2. Decadimento del nucleo composto

Queste reazioni possono avvenire solo a determinate energie: **risonanze**



Reazioni dirette: Transizione diretta nello stato legato
Queste transizioni possono avvenire a qualsiasi energia del proiettile

Breit-Wigner

$$\sigma(E) = \frac{4\pi\hbar^2}{p_{cm}^2} \frac{2J+1}{(2S_a + 1) \cdot (2S_b + 1)} \left[\frac{\Gamma_{in} \cdot \Gamma_{fin}}{(E - M_R)^2 + \Gamma^2/4} \right]$$

- P_{cm} : impulso del proiettile nel sistema del centro di massa
- E : energia nel centro di massa (\sqrt{s})
- M_R : massa della risonanza
- S_a, S_b : spin degli stati iniziali
- J : spin della risonanza
- $\Gamma, \Gamma_{in}, \Gamma_{fin}$: larghezza totale e larghezze parziali della ris.

Sezioni d'urto e velocità di reazione

La sezione d'urto esprime la probabilità d'interazione per una fissata energia di collisione. In un plasma, si ha generalmente una distribuzione di energie di collisione, in questo caso invece di sezione d'urto è meglio utilizzare il concetto di velocità di reazione.

Indicando con n_p e n_T le particelle proiettile e bersaglio per unità di volume, se v è la loro velocità relativa, il numero di interazioni per unità di tempo è data da:

$$R = n_p n_T \sigma_{pT}(v) V \quad \text{Reazione per secondo}$$
$$r = n_p n_T \sigma_{pT}(v) \quad \text{velocità di reazione per secondo e cm}^3$$

Se $f(v)$ è la distribuzione delle velocità relative, $\int f(v) dv = 1$

Il numero di interazione per unità di tempo e di volume è:

$$\langle r \rangle = n_p n_T \int \sigma_{pT}(v) v f(v) dv = n_p n_T \langle \sigma_{pT} v \rangle$$

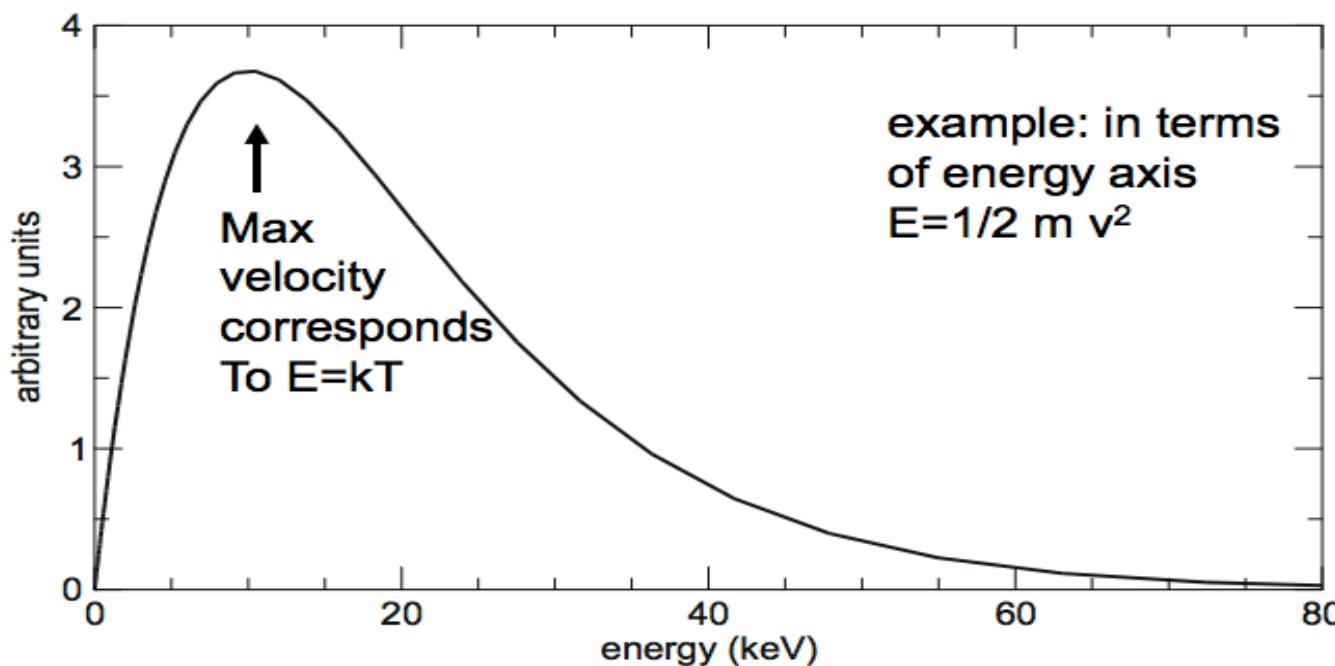
dove $\langle \sigma_{pT} v \rangle$ è definita come la velocità di reazione per la coppia di particelle

Distribuzione di velocità dei nuclei

Per la maggior parte delle applicazioni (per esempio nelle stelle) proiettili e bersaglio sono sempre in equilibrio termico fra loro e seguono la distribuzione delle velocità di Maxwell-Boltzmann.

La probabilità $f(v)$ di trovare una particella con velocità compresa fra v e $v+dv$ è

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \quad \text{con} \quad \int f(v) dv = 1$$



Distribuzione di velocità dei nuclei

Si può dimostrare che le velocità relativa fra due particelle è distribuita nello stesso modo.

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{\mu}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{\mu v^2}{2kT}}$$

con

$$\mu = \frac{m_p m_T}{m_p + m_T}$$

Poiché le sezioni d'urto sono in genere espresse in termini dell'energia di collisione,
È più conveniente esprimere la distribuzione di Maxwell-Boltzmann in funzione dell'energia.
Considerando che E è funzione di v ($E = \frac{1}{2}mv^2$) quindi $dv = v dE$ ricavo

$$f_v(v) dv = f_v(E) v dE = f_v(E) \sqrt{2mE} dE \Rightarrow f_E(E) = f_v(E) \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

$$f_E(E) dE = \frac{2}{(kT)^{\frac{3}{2}}} \sqrt{\frac{E}{\pi}} e^{-\frac{E}{kT}} dE$$

Velocità di reazione mediate sulla Maxwell-Boltzmann

$$\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(kT)^{\frac{3}{2}}} \int \sigma(E) E e^{-\frac{E}{kT}} dE$$

Questa equazione è necessaria per stabilire l'evoluzione chimica del plasma.

Il massimo dell'integrando esprime l'energia alla quale è più probabile il processo

Collisioni fra particelle cariche

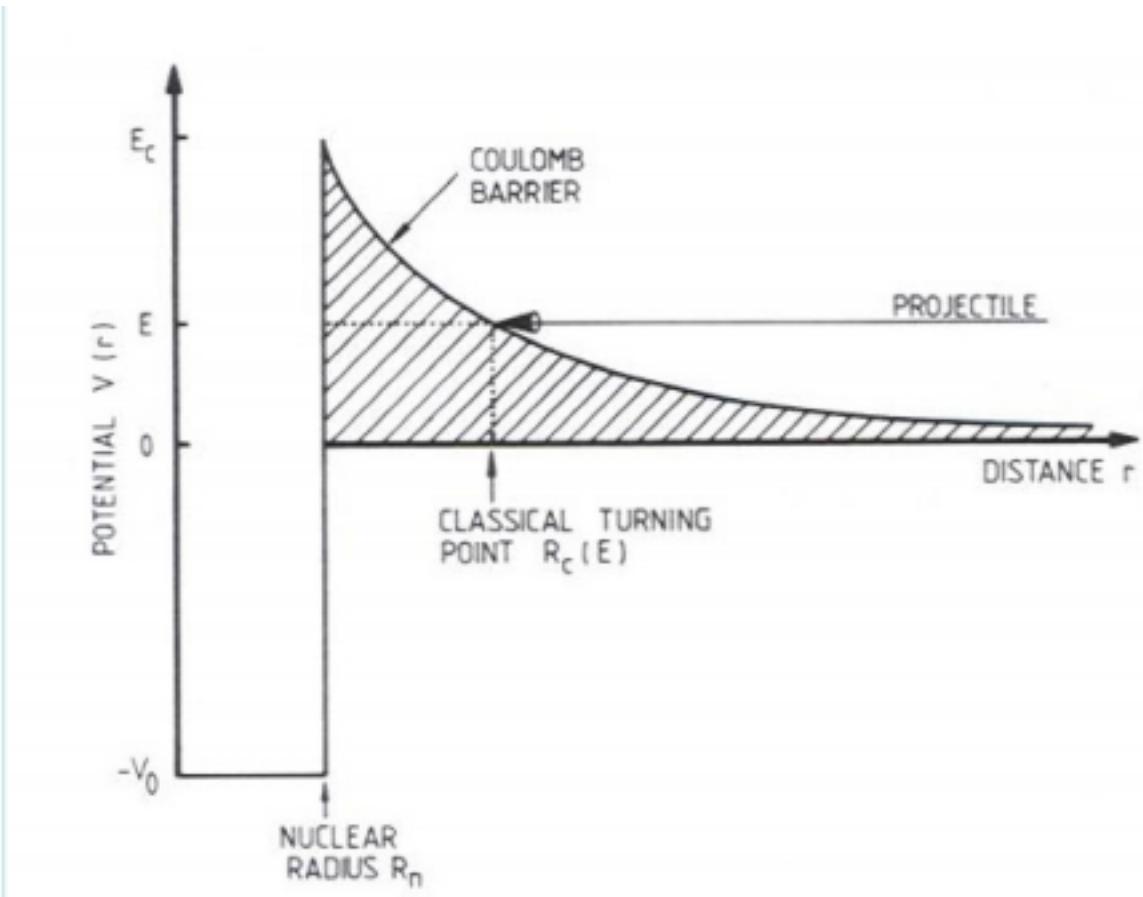
Repulsione Coulombiana

$$V_C(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}$$

a distanze nucleari ($R_n = r_0 A^{1/3}$)
con $r_0 \approx 1 \text{ fm}$, la repulsione
columbiana è data:

$$\epsilon_C = V_C(R_n) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_0 A^{1/3}}$$

Per la reazione p+p otteniamo:
 $\epsilon_c = 550 \text{ keV} \rightarrow T = 6.4 \times 10^9 \text{ }^{\circ}\text{K}$



Se questa fosse la temperatura dell'ammasso gassoso, tutte coppie pp subirebbero la reazione contemporaneamente (o quasi) e quindi la stella invece di bruciare l'H “lentamente” lo brucerebbe molto velocemente.

Se questo fosse il caso non avremmo più stelle

Collisioni fra particelle cariche

Secondo la fisica classica, la minima distanza R_C alla quale possono avvicinarsi nuclei con Energia E è data data

$$R_C = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{E}$$

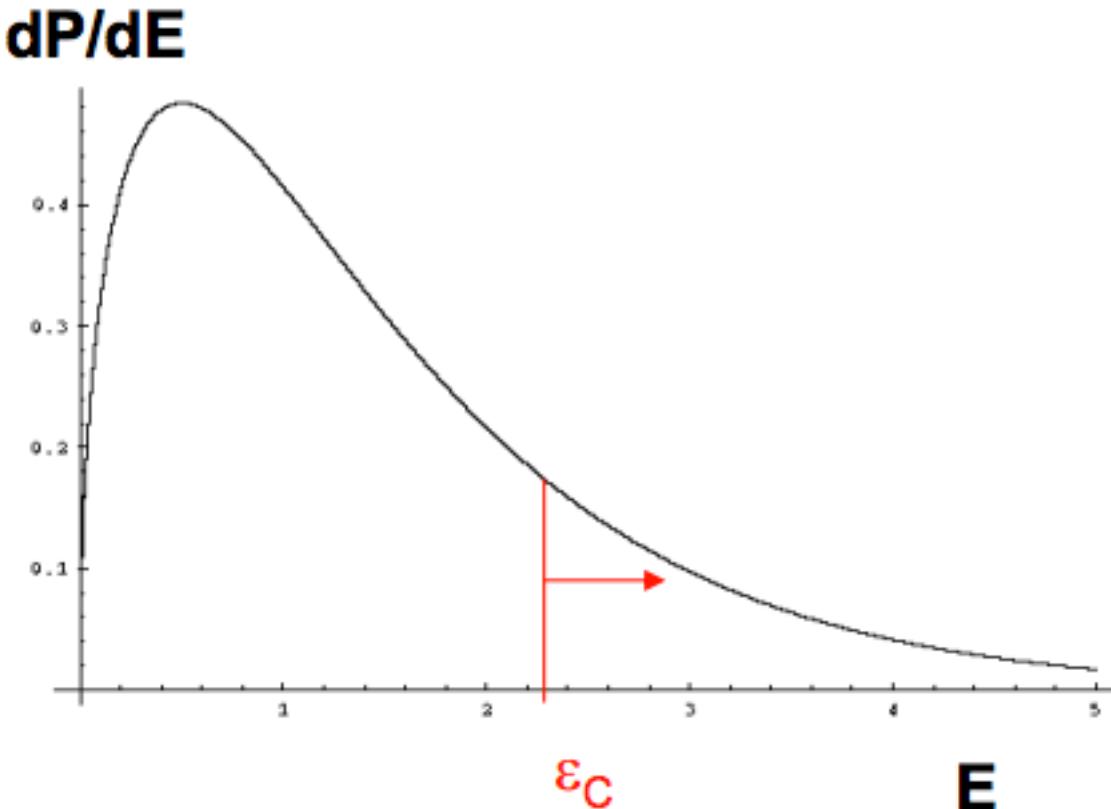
poiché questa quantità è in generale $\gg R_N$, classicamente le reazioni nucleari non possono avvenire alle energie tipiche dei plasmi astrofisici

Nelle stelle, come nel big bang, la possibilità di reazioni nucleari è strettamente collegata all'effetto tunnel

Osservazioni

La frazione di (coppie di) particelle per cui l'energia di collisione è più grande di ε_c è data dall'integrale di dP/dE oltre ε_c

$$f(\varepsilon_c) dE = \frac{2}{(kT)^{\frac{3}{2}}} \int_{\varepsilon_c}^{\infty} \sqrt{\frac{E}{\pi}} e^{-\frac{E}{kT}} dE$$



Per $\varepsilon_c \approx 550$ keV e $T \approx 1$ keV (nell'interno del sole) $\varepsilon_c/kT \approx 550$ e quindi $f < 10^3 \exp(-1000) \approx 10^{-275}$, da confrontarsi con il fatto che nel sole il numero di particelle è dell'ordine di 10^{57} (e in tutto l'universo visibile circa 10^{70})

La penetrazione attraverso la bariera Coulombiana

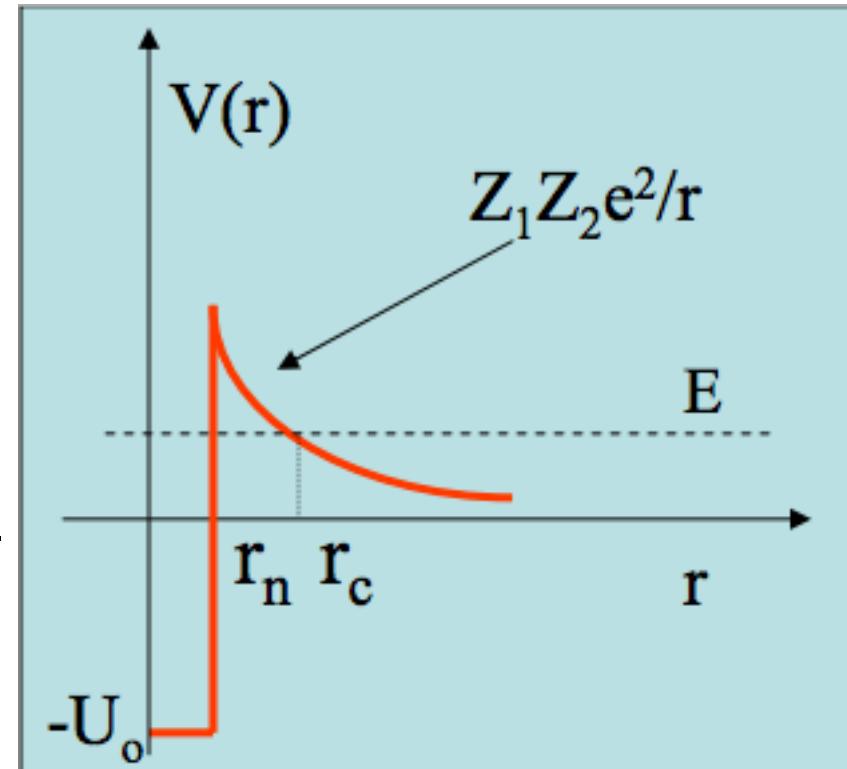
Il problema di far avvicinare due nuclei, fino a distanze nucleari per effetto tunnel, è analogo al decadimento α , spiegato da Gamow in termine di un coefficiente di trasmissione dato da

$$P = e^{-\frac{2\pi Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v}}$$

Dove P è noto come fattore di Gamow e $v = \left(\frac{2E}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$

L'equazione può essere scritta :

$$P = e^{-\frac{2\pi v_C}{\hbar v}} \quad \text{dove} \quad v_C = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar}$$



Questa espressione è ottenuta in un'approssimazione semiclassica trascurando l'estensione del nucleo. (Per una trattazione più precisa vedere Landau e Rolfs)

Scale dell'energie Coulombiane

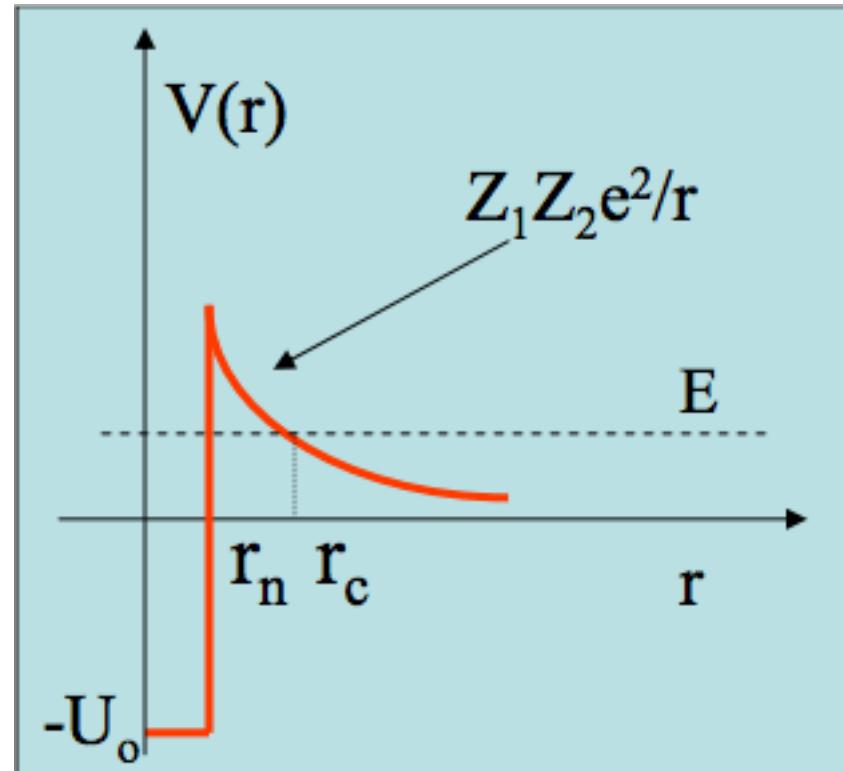
$$P = e^{-\left(\frac{E_C}{E}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{con} \quad E_C = \pi^2 m v_C^2$$

$$v_C = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar} \quad m = m_N \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2}$$

m_N massa del nucleone

$$E_C = Z_1 Z_2 \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} U_C$$

$$U_C = \pi^2 m_N c^2 \alpha^2 \approx 500 \text{ keV} \quad \alpha \text{ costante di struttura iperfine}$$



Sezioni d'urto di fusione

Le sezioni d'urto di fusione di nuclei contengono 3 termini:

un termine proporzionale alla lunghezza di De Broglie al quadrato ($1/k^2$), e dunque inversamente proporzionale all'energia di collisione E

la probabilità di attraversamento della barriera, $P(E)$

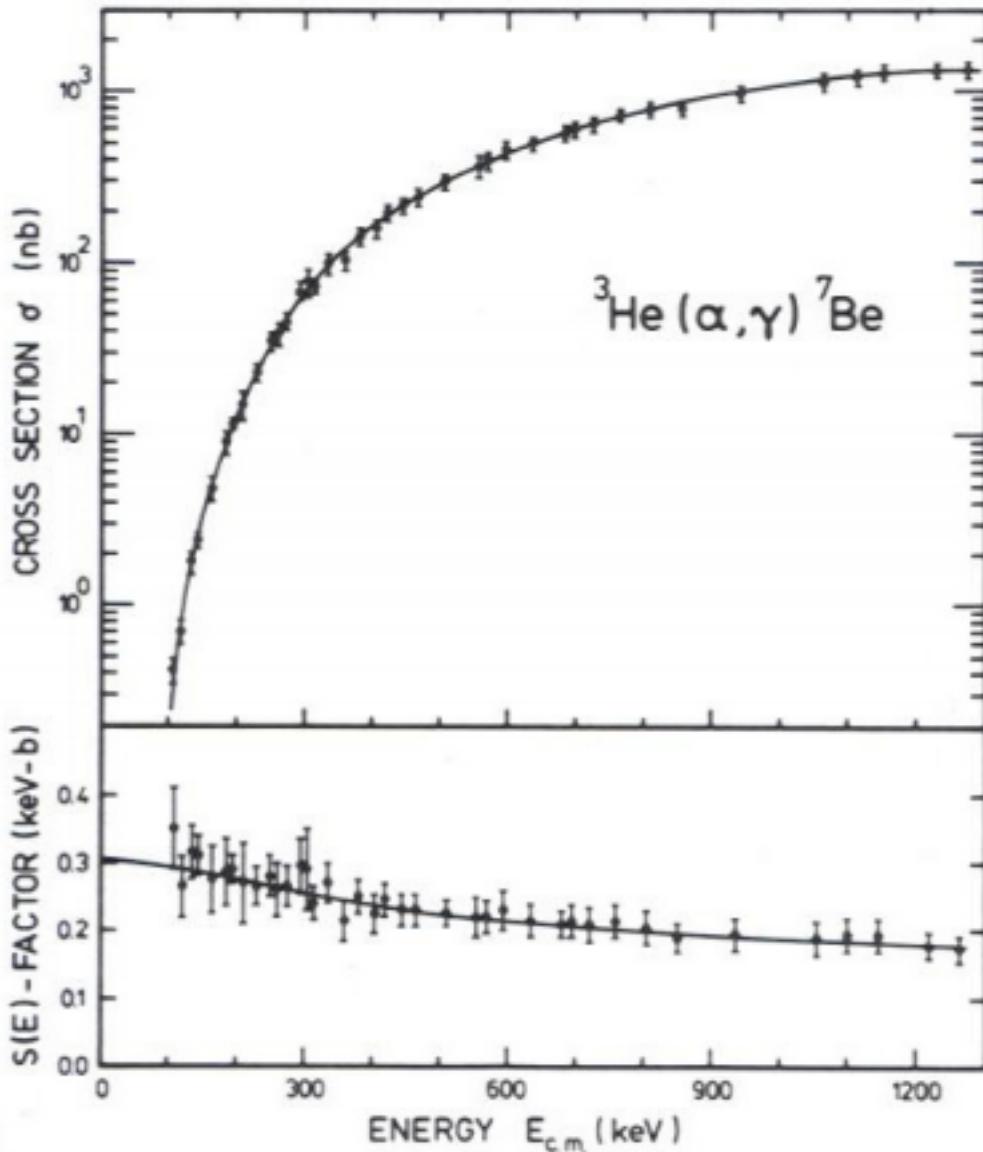
un termine che esprime la probabilità di interazione nucleare, una volta superata la barriera

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} e^{-\sqrt{\frac{E_C}{E}}}$$

Il fattore $S(E)$ si chiama **fattore astrofisico**, ed esprime l'intensità dell'interazione. Le sue dimensioni sono $L^2 E$, l'unità di misura più comunemente utilizzata è MeV barn

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} e^{-\sqrt{\frac{E_C}{E}}}$$

Esempio



La sezione d'urto $\sigma(E)$ di una reazione indotta da particelle cariche decresce rapidamente al diminuire dell'energia. Quindi per avere il valore della sezione d'urto a basse energie si fa un'estrapolazione.

Ordine di grandezza dei fattori astronomici

E' conveniente considerare $S(E)$, che ha un comportamento debolmente variabile con l'energia, rispetto a σ , che cambia di ordini di grandezza per piccole variazioni dell'energia di collisione

Per ciascuna reazione il fattore astrofisico caratterizza l'intensita' della forza in gioco.

Reazione	Processo	$S(0)$ [MeV barn]	Q [MeV]
$p+p \rightarrow d + e^+ + \nu$	debole	$4 \cdot 10^{-25}$	0.42 MeV
$p+d \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$	e.m.	$2.5 \cdot 10^{-7}$	5.5 MeV
${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + 2p$	forte	5.0	12.9 MeV

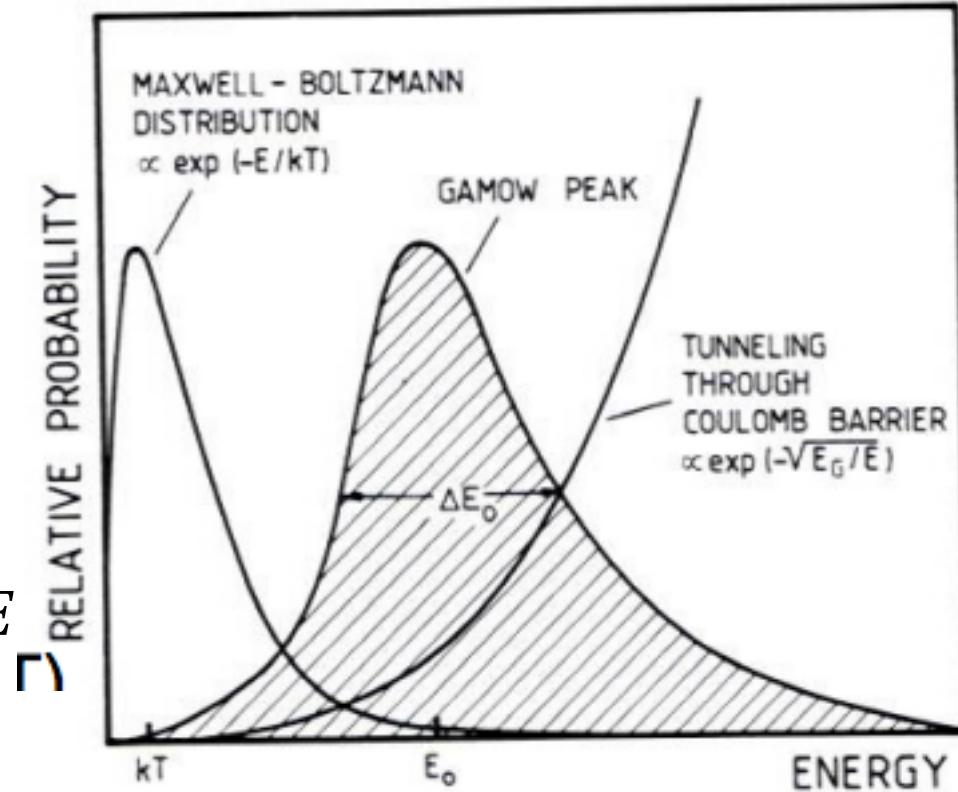
Il picco di Gamow

Si tratta di inserire $\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} e^{-\sqrt{\frac{E_C}{E}}}$

nell'espressione per la velocità di reazione

$$\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(kT)^{\frac{3}{2}}} \int \sigma(E) E e^{-\frac{E}{kT}} dE$$

$$\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(kT)^{\frac{3}{2}}} \int S(E) e^{-\frac{E}{kT} - \left(\frac{E_C}{E} \right)^{\frac{1}{2}}} dE$$



$S(E)$ è una funzione debolmente variabile, mentre i due esponenziali variano molto, e con tendenze contrastanti:

- il termine di penetrazione favorisce le energie alte
- la distribuzione di MB, che decresce esponenzialmente al crescere dell'energia

Quindi la rapida decrescita della sezione d'urto a bassa energia è dovuta all'esponenziale, che viene chiamato fattore di velocità Gamow, ed è proporzionale alla probabilità di penetrazione della repulsione coulombiana

Posizione del massimo del picco Gamow

Nell' ipotesi che S sia una funzione lentamente variabile,

$$\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{S(E_0)}{(kT)^{\frac{3}{2}}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{E}{kT} - \left(\frac{E_C}{E} \right)^{\frac{1}{2}}} dE$$

Per trovare la posizione del massimo devo dunque studiare la funzione entro il segno di integrale. Poiché l'esponenziale è una funzione monotona, basta trovare il punto di stazionarietà di

$$f = \frac{E}{kT} + \left(\frac{E_C}{E} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \frac{df}{dE} = 0$$

$$E_0 = \left(\frac{1}{2} kT \right)^{\frac{2}{3}} E_C^{\frac{1}{3}}$$

Poiché $E_C \gg kT$ si ha $E_0 \gg kT$

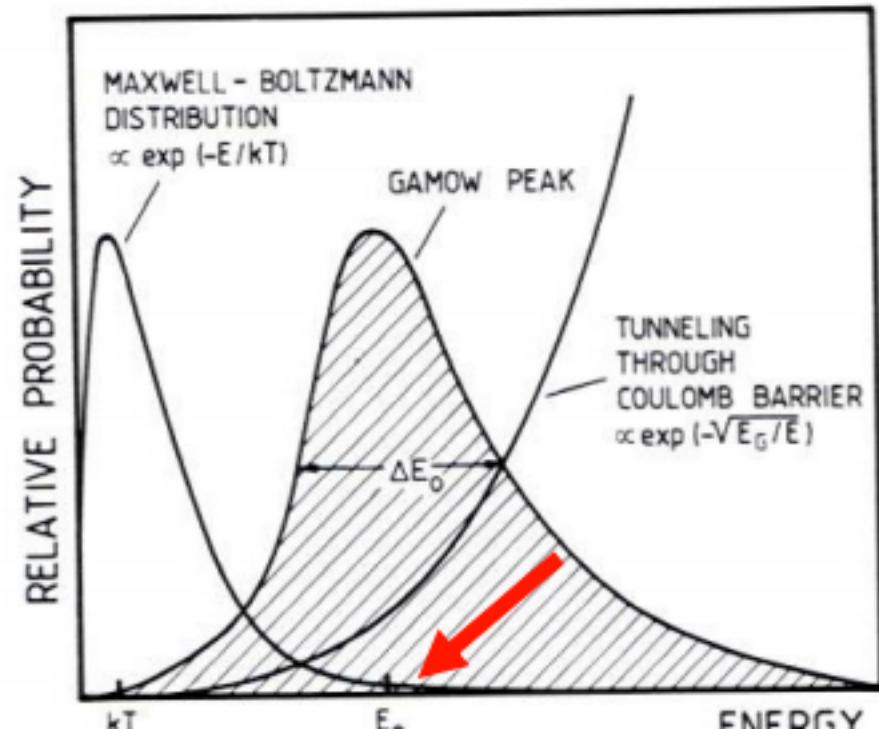
Ad es, per $T=1.5 \times 10^7$ K si ha $kT=1.2$ keV e:

$$p+p : \quad E_0 = 5.9 \text{ keV}$$

$$\alpha+^{12}\text{C} : \quad E_0 = 56 \text{ keV}$$

$$^{16}\text{O}+^{16}\text{O} : \quad E_0 = 237 \text{ keV}$$

- Notare come E_0 cresca rapidamente all'aumentare di Z



Altezza del picco Gamow

Il valore dell'integrandi $I(E)$ nel punto di massimo, I_{\max} , si ottiene dal valore di f per $E=E_0$:

$$I_{\max} = e^{-f(E_0)} = e^{\left(-\frac{3E_0}{kT}\right)}$$

La dipendenza dalla temperatura è tramite la variabile

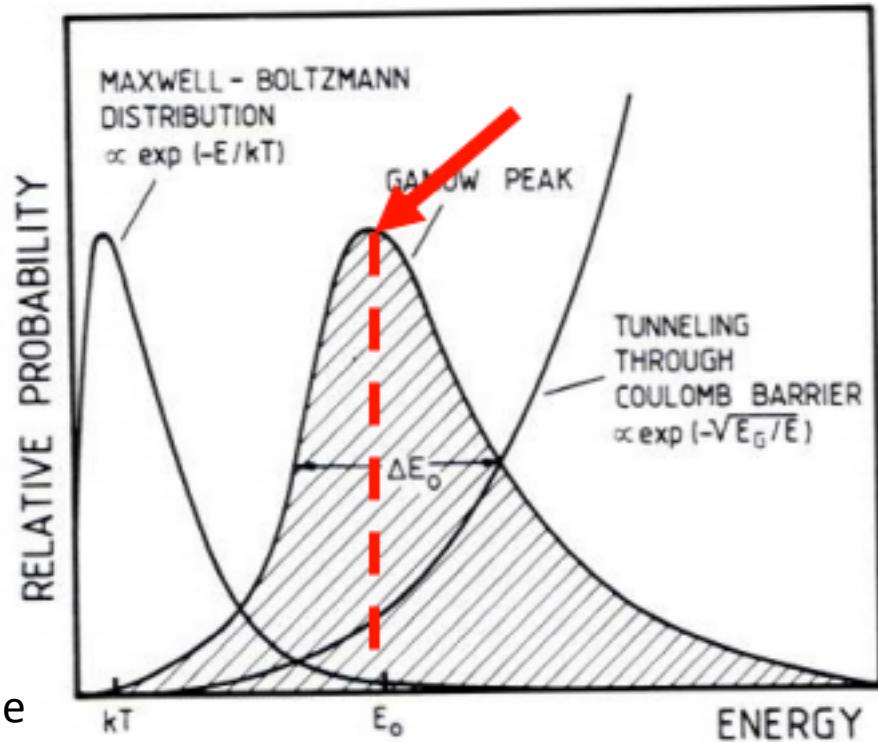
$$\tau = \frac{3E_0}{kT} = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_C}{kT}\right)^{\frac{1}{3}}$$

Nelle stesse condizioni di prima ($T=1.5 \times 10^7$ K
ossia $kT=1.2$ keV)

$$p+p : \quad E_0 = 5.9 \text{ keV} ; \quad I_{\max} = 1.1 \cdot 10^{-6}$$

$$\alpha + {}^{12}\text{C} : \quad E_0 = 56 \text{ keV} ; \quad I_{\max} = 3 \cdot 10^{-57}$$

$${}^{16}\text{O} + {}^{16}\text{O} : \quad E_0 = 237 \text{ keV} ; \quad I_{\max} = 6 \cdot 10^{-239}$$



Poiché $\langle\sigma v\rangle$ è proporzionale a I_{\max} , questi numeri mostrano la gerarchia della combustione nelle stelle

Larghezza del picco

Ogni funzione a campana può essere localmente approssimata con una Gaussiana intorno al suo massimo:

$$I(E) = I_{max} e^{-\frac{(E-E_0)^2}{\delta^2}}$$

La semi larghezza δ della gaussiana corrisponde a quando la funzione si riduce a 1/e rispetto al valore di massimo.

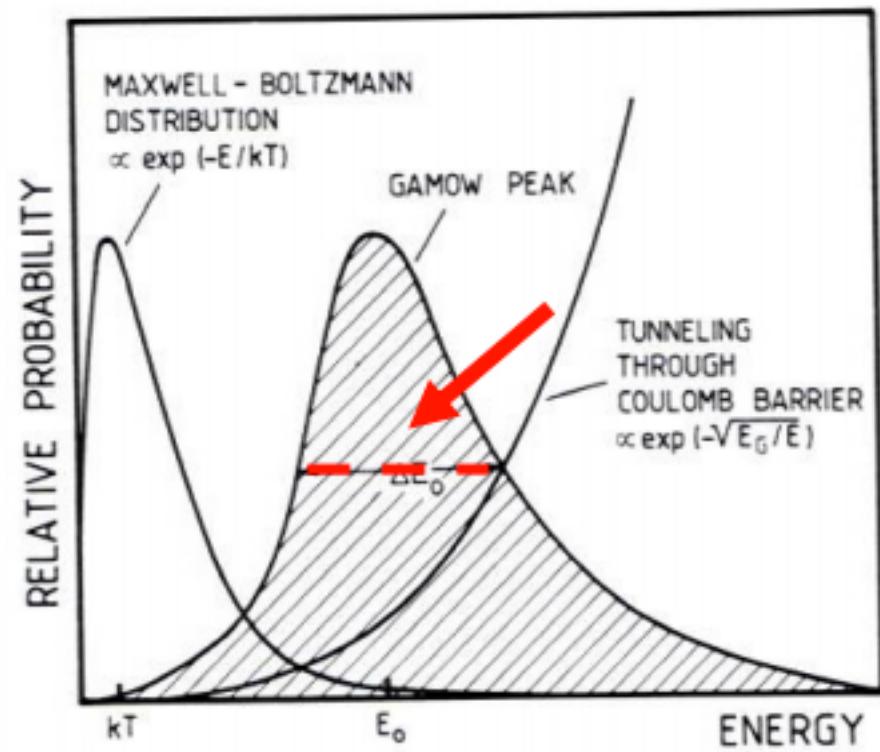
Sviluppando il fattore di velocità di Gamow $f(E)$ si ricava che

$$\delta = \left(-\frac{2}{f''(E_0)} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} (E_0 kT)^{\frac{1}{2}}$$

Cioè δ è circa la media geometrica fra E_0 e kT

La sua dipendenza dalla temperatura:

poiché $E_0 \propto T^{2/3}$ ne segue $\delta \propto T^{5/6}$



Valore dell'integrale

Nell'approssimazione Gaussiana $I(E) = I_{max} e^{-\frac{(E-E_0)^2}{\delta^2}}$

$$\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{S(E_0)}{(kT)^{\frac{3}{2}}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{E}{kT} - \left(\frac{E_C}{E} \right)^{\frac{1}{2}}} dE$$

$$\int_0^{\infty} I(E) dE = I_{max} \int_0^{\infty} e^{-\frac{(E-E_C)^2}{\delta^2}} dE \quad \text{Se } \delta \ll E \text{ posso spostare l'estremo inferiore a } -\infty$$

$$I_{max} \delta \sqrt{\pi} = \sqrt{\pi} \delta e^{-\frac{3E_0}{kT}}$$

$$\langle \sigma v \rangle \cong 2 \left(\frac{2}{m} \right)^{\frac{1}{2}} S(E_0) \frac{\delta}{(kT)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{3E_0}{kT}}$$

il contributo alla velocità di reazione viene dalle collisioni vicino a E_0 ; è questa la regione che occorre studiare in laboratorio per predire l'efficienza di una reazione

La velocità delle reazioni termonucleari dipende fortemente dalla temperatura, principalmente tramite il termine esponenziale

Velocità di reazione in funzione della temperatura

$$\langle \sigma v \rangle \cong 2 \left(\frac{2}{m} \right)^{\frac{1}{2}} S(E_0) \frac{\delta}{(kT)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{3E_0}{kT}} \quad \delta = \frac{2}{\sqrt{3}} (E_0 kT)^{\frac{1}{2}} \quad E_0 = \left(\frac{1}{2} kT \right)^{\frac{2}{3}} E_C^{\frac{1}{3}}$$

Ogni funzione y , per piccole variazioni di un parametro x intorno a x_0 può essere espressa in termini di una potenza: $y=y(x_0) (x/x_0)^\alpha$

Per determinare l'esponente α osservo che derivando ambo i membri: $dy/dx = \alpha (y/x)$

Da cui α è la derivata logaritmica nel punto x_0 : $\alpha = (dy/dx)x/y = d \ln y / d \ln x$

La dipendenza dalla temperatura di $\langle \sigma v \rangle$ è principalmente nel termine esponenziale, per cui

$$\ln \langle \sigma v \rangle = \text{cost} - 3E_0/kT = \text{cost} - 3AT^{-1/3} \quad \alpha = \frac{T d(\ln \langle \sigma v \rangle)}{dt} = AT^{-\frac{1}{3}} = \frac{E_0}{kT}$$

Per gli esempi consueti ($kT=1.2$ keV)

$p+p$: $E_0=5.9$ keV $\alpha_{pp}=4.9$;

$\alpha+^{12}C$: $E_0=56$ keV $\alpha_C=47$

$^{16}O+^{16}O$: $E_0=237$ keV $\alpha_O=20$

Velocità di reazione in funzione della temperatura

$$\langle \sigma v \rangle \cong 2 \left(\frac{2}{m} \right)^{\frac{1}{2}} S(E_0) \frac{\delta}{(kT)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{3E_0}{kT}} \quad \delta = \frac{2}{\sqrt{3}} (E_0 kT)^{\frac{1}{2}} \quad E_0 = \left(\frac{1}{2} kT \right)^{\frac{2}{3}} E_C^{\frac{1}{3}}$$

Abbiamo visto che le velocità di reazione, intorno a una temperatura T, posso essere parametrizzate come

$$\langle \sigma v \rangle = c T^\alpha$$

Dove il coefficiente α è dato approssimativamente da

$$\alpha = E_0/kT = c' T^{-1/3}$$

Poiché α varia lentamente con la temperatura, α caratterizza la reazione

I valori di α crescono al crescere delle cariche dei nuclei reagenti e possono essere grandi

Quindi piccole variazioni di temperatura danno grandi variazioni delle velocità di reazione, da cui :

una stella non brucia un determinato elemento finché non ha raggiunto una temperatura di innesco

le stelle sono relativamente insensibili ai valori di S , poiché l'efficacia di una reazione dipende principalmente da T

se si misurano le velocità di reazione in una stella (ad esempio rivelando i neutrini emessi nella reazione) si sta misurando la temperatura della stella nella zona di produzione