

Descrizione del progetto di ricerca

Negli ultimi anni si è assistito ad un interesse crescente nei confronti di aspetti geometrici insiti nella descrizione quantistica dei sistemi fisici. [1-4]

Tra questi lo studio delle condizioni al bordo si è dimostrato particolarmente utile in svariate aree della fisica. Esempi notevoli sono l'esistenza di edge states nell'effetto Hall quantistico, le notevoli applicazioni in quantum gravity o ancora l'esistenza di fasi geometriche in sistemi dipendenti dal tempo.

Inoltre, è ben noto, che l'introduzione di condizioni al bordo in certi sistemi quantistici può dar vita ad effetti peculiari come l'effetto Casimir.

C'è una sottile ma sostanziale differenza tra le condizioni al bordo classiche e quelle quantistiche. Nel caso, infatti, di una particella classica che urta elasticamente contro una parete, solamente una parte del muro è interessata nella dinamica della collisione. Inoltre, la fisica della riflessione viene descritta in maniera fenomenologica, cioè in termini della proprietà di elasticità del materiale della barriera.

L'analogo quantistico è notevolmente differente, in quanto, l'intera parete, è interessata nella descrizione del processo. In meccanica quantistica, infatti, il comportamento al bordo è inglobato nell'operatore hamiltoniano che descrive il sistema e nella conservazione della probabilità, cioè nell'unitarietà della dinamica.

Queste assunzioni sono basate su principi fisici e sono molto più vincolanti di quelle del caso classico.

Lo studio delle condizioni al bordo sta assumendo anche un ruolo rilevante nell'ambito della quantum gravity e nell'analisi di proprietà globali della topologia dell'Universo.

Una delle ipotesi più interessanti prevede che la topologia associata allo spazio fisico non possa essere indipendente dal tempo. Infatti processi virtuali ad alte energie potrebbero causare delle fluttuazioni violente nella texture spazio-temporale.

Una delle conseguenze più evidenti sarebbe una modifica della topologia dello spazio-tempo. Ma quest'ultimo, se non altro, corrisponderebbe ad una modifica delle condizioni al bordo nello spazio di Hilbert degli stati fisici del sistema in analisi.

In [1-2, 4] è stato dimostrato che condizioni al bordo topologicamente differenti unitariamente consistenti corrispondono a diverse estensioni autoaggiunte dell'operatore hamiltoniano.

Tutte le estensioni possibili sono interpolate nello spazio di tutte le condizioni al bordo di natura unitaria.

Avendo come obiettivo lo studio delle condizioni al bordo quantistiche risulta dunque naturale l'andare ad investigare tutte le possibili estensioni autoaggiunte di operatori simmetrici densamente definiti.

In tale direzione gli strumenti sono forniti dalla teoria di von Neumann e dalla teoria delle boundary forms. Queste però mostrano alcuni punti deboli: se la prima non ha un carattere costruttivo, la seconda, invece, può essere utilizzata solo per operatori differenziali.

Per rispondere a tali difficoltà negli ultimi anni l'attenzione si sta spostando sulla teoria delle boundary triples, che nasce in seno alle precedenti, ma con un raggio di applicabilità decisamente più ampio.

È bene specificare, inoltre, che le condizioni al bordo non rappresentano un artificio matematico ma prescrivono una precisa realizzazione di un sistema fisico.

Ad esempio, l'imposizione di condizioni al bordo di Dirichlet per l'hamiltoniano unidimensionale, corrisponde al caso fisico di una particella vincolata a muoversi su un segmento i cui estremi rappresentano una barriera impenetrabile.

E' evidente, dunque, come la problematica delle boundary conditions risulti ad ampio raggio e possa presentare notevoli prospettive su diversi settori della fisica sia da un punto di vista teorico che sperimentale.

BIBLIOGRAFIA SINTETICA

[1]A. P. Balachandran, G. Bimonte, G. Marmo, A. Simoni "Topology change and quantum physics". Nuclear Physics B446.299 (1995)

[2]M. Asorey, A. Ibort, G. Marmo "Global Theory of Quantum Boundary Conditions and Topology Change". International Journal of Modern Physics A 20.(5) (2005)

[3]M.Asorey, P. Facchi, G. Marmo, S. Pascazio "A Dynamical Composition Law for Boundary Conditions". Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 46 (10) (2005)

[4] A. D. Shapere, F. Wilczek, Z.Xiong "Models of Topology Change" arxiv: 1210.3545 [hep-th].